



# Universidad **Mariana**

Metodología de enseñanza COPISI para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo del municipio de San Juan del Cesar, Guajira

Delma Milena Maestre Orozco

Yisela Ruiz Ospino

Universidad Mariana  
Facultad de Educación  
Maestría en Pedagogía  
Valledupar, Cesar

2024

Metodología COPISI para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas con fracciones mediante prácticas pedagógicas en octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira

Autoras

Delma Milena Maestre Orozco

Gisela Ruiz Ospino

Investigación para optar al título de Magíster en Pedagogía

Mg. Eliana Rocío Cortés Rozo

Asesora

Universidad Mariana  
Facultad de Educación  
Maestría en Pedagogía  
Valledupar, Cesar  
2024

Artículo 71: los conceptos, afirmaciones y opiniones emitidos en el Trabajo de Grado son responsabilidad única y exclusiva del (los) Educando (s)

Reglamento de Investigaciones y Publicaciones, 2007  
Universidad Mariana

## **Agradecimientos**

A Dios nuestro creador, por regalarnos en don de la vida, y por la fortaleza que nos da para vencer los obstáculos que se nos presentan.

A la Universidad Mariana por ofrecernos sus espacios académicos para formarnos como profesionales.

De un modo especial, a los docentes y estudiantes del octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira por su participación activa en esta investigación.

A nuestra asesora Mg. Eliana Rocío Cortés Rozo, por su apoyo y orientaciones pertinentes.

**Dedicatoria**

Mi papá Luis Maestre Gómez, quién fue mi gran motivación para siempre seguir adelante (fallecido).

A mi esposo, David De la Vega Pérez, quién siempre está pendiente para animarme y darme fuerzas para continuar y no rendirme.

A Mateo De la Vega Maestre mi hijo, mi razón para no rendirme.

A mi madre, Neris Yaneth Orozco Acuña, gracias por tu apoyo incondicional

A mis hermanos y sobrinos gracias por su compañía permanente

A mi madre abuela, Carmen Castillo que está en el cielo, a mi tía Olivia Conde y demás familiares y amigos.

Delma Milena Maestre Orozco

**Dedicatoria**

A mi madre abuela que está en el cielo Carmen Castrillo.

A mi tía Olivia Conde y demás familiares y amigos.

Yisela Ruiz Ospino

## **Contenido**

Introducción .....	13
1. Resumen del proyecto .....	15
1.1.1. Formulación del problema .....	20
1.2. Justificación.....	20
1.3. Objetivos .....	23
1.3.1. Objetivo general .....	24
1.3.2. Objetivos específicos.....	24
1.4. Marco referencial o fundamentos teóricos .....	24
1.4.1. Antecedentes .....	25
1.4.1.1. Internacionales. ....	25
1.4.1.2. Nacionales. ....	28
1.4.1.3. Regionales. ....	31
1.4.2. Marco teórico .....	33
1.4.2.1. Teorías de aprendizaje.....	33
1.4.2.1.1. Los aportes de la teoría del desarrollo cognitivo Jean Piaget .....	33
1.4.2.1.2. Aportes del aprendizaje Significativo de Ausubel David. ....	36
1.4.2.1.3. Aportes de Lev Vygotsky.....	39
1.4.3. Marco conceptual .....	40
1.4.3.1. Metodología COPISI.....	40
1.4.3.1.1. Componentes presentes en la metodología COPISI.....	42
1.4.3.1.2. Interpretación lingüística (comprensión del enunciado). ....	44
1.4.3.1.3. Visualización del dominio Concreto (CO) .....	45
1.4.3.1.4. Combinar el enunciado con una ilustración, componente pictórico (PI) .....	46
1.4.3.1.5. Elección de la operación matemática a través del componente simbólico (SI) .....	46
1.4.3.1.6. Cálculo de la respuesta numérica (solución del problema).....	47
1.4.3.1.7. Transferencia del conocimiento (Ejercitación) .....	48
1.4.3.1.8. Fin: La Respuesta. ....	49
1.4.3.1.9. Aplicación de método COPISI en la resolución de problemas lógicos matemáticos.. ..	50
1.4.3.2. Modos de pensamientos según la didáctica matemática. ....	51
1.4.3.2.1. Pensamiento Sintético-Geométrico (SG) .....	52

1.4.3.2.2. Pensamiento Analítico-Aritmético (AA) .....	52
1.4.3.2.3. Analítico-Estructural (AE) .....	52
1.4.3.3. Las fracciones.....	53
1.4.3.3.1. Clasificación de las fracciones. ....	54
1.4.3.4. Tipos de Estrategias Pedagógicas. ....	55
1.4.3.4.1. Estrategia Pedagógica Pre-Instruccional.....	56
1.4.3.4.2. Estrategia Pedagógica Co-Instruccional.....	56
1.4.3.4.3. Estrategia Pedagógica Post-Instruccional. ....	57
1.4.4. Marco contextual.....	58
1.4.5. Marco legal.....	60
1.4.6. Marco ético.....	64
1.5. Metodología .....	67
1.5.2. Enfoque de investigación .....	68
1.5.3. Tipo de investigación .....	69
1.5.4. Unidad de análisis y unidad de trabajo.....	71
1.5.5. Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	72
1.5.5.1. Las técnicas de investigación. ....	72
1.5.5.1.1. La técnica de observación .....	72
1.5.5.2. Instrumentos de investigación.....	73
1.5.5.2.1. Prueba escrita.. ....	73
1.5.5.2.2. Diario de campo. ....	73
1.5.5.2.3. Rúbrica. ....	74
2. Presentación de resultados .....	77
2.1. Procesamiento de la información .....	77
2.2. Análisis e interpretación de resultados.....	78
2.2.1. Diagnosticar la situación actual de los estudiantes de octavo grado en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en la Institución Educativa El Carmelo del municipio de San Juan del Cesar, Guajira.....	78
2.2.2. Diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira. ....	84



2.2.3. Implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira. ....	90
2.2.4. Evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira. .	107
2.3. Discusión .....	109
3. Conclusiones .....	113
4. Recomendaciones.....	117
Referencias bibliográficas .....	120
Anexos.....	133

## **Índice de Tablas**

Tabla 1 Resultados Pruebas Saber. Vinculadas a las pruebas de aula (2022).....	19
Tabla 2 Unidad de análisis y unidad de trabajo .....	72
Tabla 3 Resultados del diagnóstico de los estudiantes de octavo grado .....	79
Tabla 4 Triangulación de resultados del diagnóstico .....	82
Tabla 5 Planificación de las secuencias didácticas .....	85
Tabla 6 Continuación de la planificación de las secuencias didácticas .....	86
Tabla 7 Continuación de la planificación de las secuencias didácticas .....	87
Tabla 8 Continuación de la planificación de las secuencias didácticas .....	88
Tabla 9 Triangulación de resultados de la implementación de la metodología COPISI.....	100
Tabla 10 Resultados de la prueba final .....	108

## **Índice de Figuras**

Figura 1 Resultados PISA 2022. Ranking en Matemática .....	17
Figura 2 Resultados PISA 2022. Estudiantes colombianos con bajo rendimiento en Matemáticas .....	18
Figura 3 Resultados de evaluación en los niveles de desempeño en grado 9 para Matemáticas, según región.....	18
Figura 4 Representación gráfica del método COPISI .....	41
Figura 5 Aspectos relevantes del método COPISI, en el proceso de resolución de un problema matemático .....	43
Figura 6 Esquema que ilustra la relación entre componentes COPISI y el paso a paso en la resolución de problemas matemáticos.....	49
Figura 7 Representación gráfica de una fracción .....	53
Figura 8 Esquema de conocimiento de número racional .....	54
Figura 9 Clasificación de las fracciones.....	55
Figura 10 Ubicación geográfica de la Institución Educativa El Carmelo San Juan del Cesar – La Guajira.....	59
Figura 11 Institución Educativa El Carmelo .....	59
Figura 12 Ciclos de la Investigación Acción Pedagógica .....	70
Figura 13 Evidencias de la primera sesión de trabajo .....	92
Figura 14 Evidencias de la segunda sesión de trabajo .....	94
Figura 15 Evidencias de la tercera sesión de trabajo .....	96
Figura 16 Evidencias de la cuarta sesión de trabajo.....	98

**Índice de Anexos**

Anexo A. Consentimiento informado .....	134
Anexo B. Validación de Experto 1.....	135
Anexo C. Validación de experto 2 .....	136
Anexo D. Instrumento de diagnóstico.....	137
Anexo E. Diario de campo 1 .....	138
Anexo F. Diario de campo 2 .....	141
Anexo G. Diario de campo 3.....	143
Anexo H. Diario de campo 4.....	145
Anexo I. Prueba de evaluación de la implementación de la metodología COPISI.....	148
Anexo J. Encuesta para el grado de satisfacción de la metodología COPISI .....	151

## **Introducción**

A través de esta investigación, se pretende generar un espacio de reflexión sobre las matemáticas como objeto de enseñanza y aprendizaje teniendo en cuenta para ello, herramientas conceptuales y metodológicas propias de la didáctica de las matemáticas en el aquí y en él ahora. Como campo de investigación, se desea que los docentes adquieran una visión de la enseñanza de las matemáticas que incluya:

- a) Las clases como comunidades matemáticas, y no como una simple colección de individuos.
- b) La verificación lógica y matemática de los resultados, frente a la visión del profesor como única fuente de respuestas correctas.
- c) El razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización.
- d) La formulación de conjeturas, la invención y la resolución de problemas, descartando el énfasis en la búsqueda mecánica de respuestas.
- e) La conexión de las ideas matemáticas y sus aplicaciones, frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos.

Ahora bien, al considerar qué tipo de matemáticas se quiere enseñar y cómo hacerlo, es importante que el docente tenga en cuenta por lo menos tres propósitos de tal enseñanza: los estudiantes comprenden y aprecian el papel de las matemáticas en la sociedad, incluidas sus diversas áreas de aplicación y cómo han contribuido a su desarrollo, los estudiantes responden los tipos de preguntas de acuerdo a las formas básicas de pensamiento y acción matemático, los estudiantes comprenden y evalúan el método matemático, esto es, los tipos de preguntas que puede responder de acuerdo a las formas básicas de pensamiento y acción.

En relación con lo anterior, este trabajo presenta una descripción de una realidad abordada en el campo de las matemáticas en la Institución Educativa El Carmelo, específicamente con los estudiantes de octavo de la sesión 804, en cuanto a la metodología de enseñanza que sirva para facilitar el aprendizaje en la resolución de las operaciones básicas con fracciones, y para lograr este objetivo, el proceso de investigación se ha organizado en cuatro recorridos a saber: en el primero se incluye el problema, se formula el problema, la justificación y los objetivos de la investigación que se deben atender para lograrlos.

Luego, el segundo recorrido desarrolla el marco de referencia teórico dentro del cual se establecen los antecedentes o estado del arte de acuerdo con investigaciones internacionales, nacionales y locales sobre trabajos similares o en el campo del saber de las matemáticas particularmente para este estudio en las operaciones básicas con fracciones, destacando las contribuciones importantes de los autores que han interpretado esta categoría de análisis, así como el marco de conceptos, los referentes legales y contextuales relevantes al estudio.

El tercer recorrido, trata sobre la metodología de la ruta procedimental a seguir en la cual se exponen el paradigma y enfoque investigativo, el método seleccionado de acuerdo a las categorías y unidades de análisis, los informantes claves, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, como son: la rúbrica, el diario de campo y la prueba escrita.

El cuarto y último recorrido, hace referencia a los nuevos hallazgos obtenidos de los capítulos anteriores donde convergen la aplicación de las secuencias didácticas, los referentes teóricos y la interpretación de las investigadoras en el proceso de análisis o triangulación, considerando de modo especial todos los datos obtenidos de los instrumentos aplicados, reflexiones, vivencias, y registros anecdóticos para llegar a las conclusiones y recomendaciones del trabajo metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en estudiantes del octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira.

## **1. Resumen del proyecto**

### **1.1. Descripción del problema**

En la antigüedad, las actividades de contar y medir fueron características de los pueblos de Egipto, lo que dio origen a las ciencias matemáticas que los griegos desarrollaron más tarde junto con el álgebra y la geometría. Luego, a partir del siglo XX, las matemáticas modernas comenzaron con la geometría, los números irracionales, la teoría de conjuntos y la lógica matemática, indicando un camino de conocimiento matemático consistente con los desarrollos en la tecnología espacial.

Al respecto, “la enseñanza de las matemáticas siempre ha sido considerada la clave de la formación humana” (Metas Educativas, 2021, p. 36). Así que no es coincidencia que todas las convenciones internacionales sugieran la universalización de las matemáticas. De ahí la importancia de la participación oportuna en la formación de conceptos en el área, en este caso, a partir de las ideas concretas, imágenes y símbolos para el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones como campo del conocimiento en constante transformación en cuanto a sus contenidos y prácticas.

De esta forma, la enseñanza de las matemáticas es siempre un reto, en cuyo caso los estudiantes pueden ser inducidos y lo suficientemente motivados para mostrar interés por aprender. El reto importante es el que afronta el docente, que orienta el proceso básico de aprendizaje desde la abstracción perceptual hasta llegar a la abstracción operativa, es decir, recorrer el camino de la representación concreta a la gráfica generando unas actitudes hacia este tipo de tareas. Asimismo, se debe recalcar que existen diferentes formas de interactuar con los estudiantes, no sólo cara a cara, sino que también se pueden generar situaciones en la vida cotidiana donde puedan comprender la situación problema y la capacidad de traducirlo al lenguaje matemático, al mismo tiempo descubrir y aprender aplicaciones de las matemáticas dentro y fuera del aula.

Cabe decir, la matemática tiende a ser una de las asignaturas con mayor índice de reprobación en las instituciones educativas, debido a factores tales como: falta de interés, motivación, conocimientos o habilidades básicas de los estudiantes y, por otro lado, la metodología o métodos

pedagógicos utilizados por el mismo docente. En contextos latinoamericanos y caribeños, en el análisis hecho por Ramírez et al. (2021) basados en los resultados del Estudio Comparativo y Explicativo (ERCE) para el año 2019, señala que, “más de dos tercios de los estudiantes no alcanzan los niveles de desempeño mínimos en lectura, matemáticas y ciencias naturales al terminar la primaria” (párr. 4), evidenciando que menos del 10% de los educandos cumplen con las exigencias del programa para el grado, lo que demuestra una disparidad entre las perspectivas que señala un currículo y los aprendizajes estudiantiles (Ramírez et al., 2021).

Así también, para García (2021), en América Latina, “el área que presenta más complicaciones para los estudiantes son precisamente las matemáticas” (párr. 7), destaca el citado autor que, una razón primordial es la manera de cómo se enseña en el aula de clases esta asignatura, por tanto, se requiere de transformaciones que se centren en la empatía entre los estudiantes y profesores de matemáticas y puedan plantearse alternativas de solución en términos de aprendizaje y dominio de la asignatura (García, 2021). A esto se suma la idea de CEPAL (2023) cuando expresó que, “en América Latina y el Caribe es urgente transformar el sistema educativo para que responda a las necesidades del mundo de hoy” (p. 24).

En palabras de Arias et al. (2022) ante los resultados de la prueba PISA en el año 2022, expresaron que:

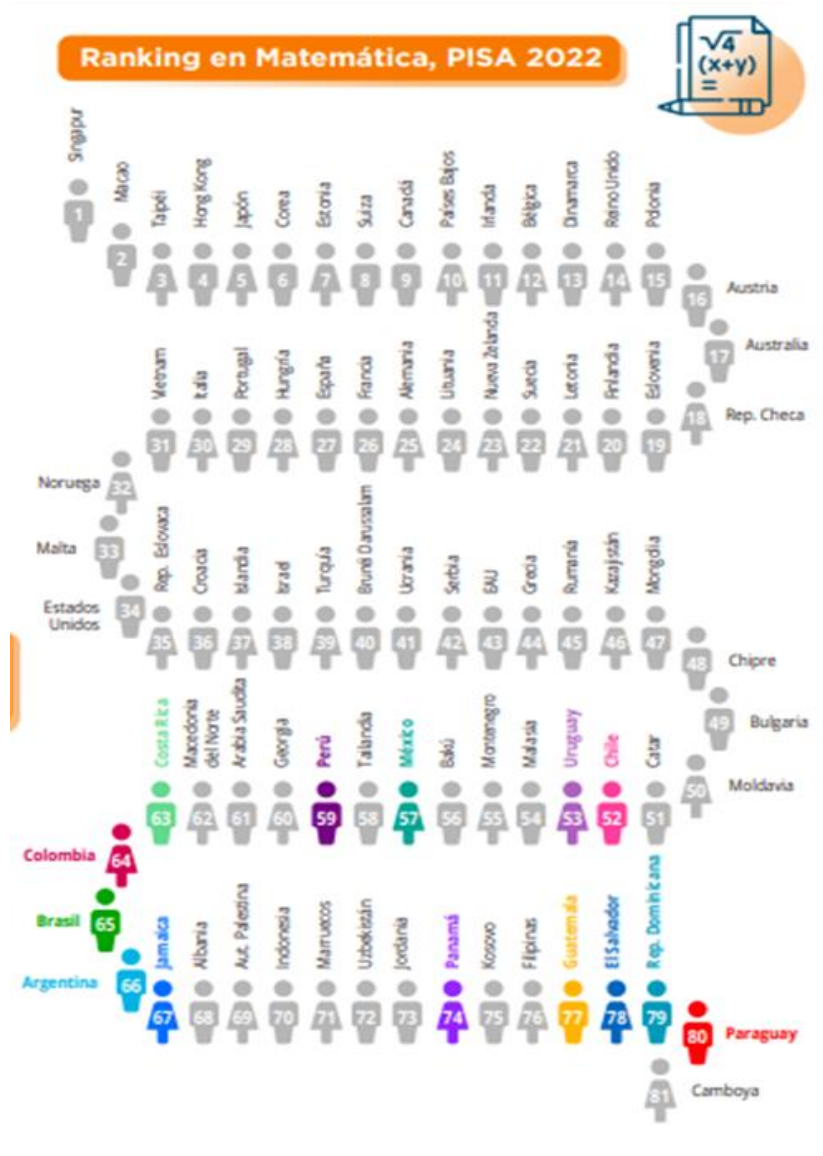
América Latina y el Caribe se ubican en la mitad inferior del ranking global de calidad educativa en Matemática, Lectura y Ciencia. El estudiante promedio de la región presenta un rezago en puntaje de Matemática equivalente a 5 años de escolaridad respecto a la OCDE. (párr. 1)

Estos resultados, para el caso de México, Perú, Costa Rica y Colombia obtienen resultados que los sitúan 4 años de escolaridad por detrás de la OCDE” (Arias et al., 2022, p. 3), tal como como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 1**

Resultados PISA 2022. Ranking en Matemática

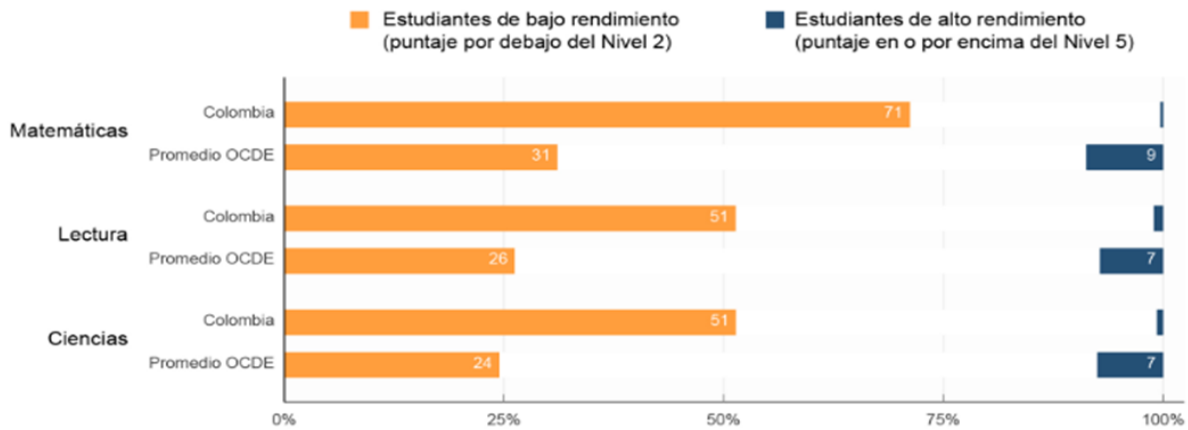


Fuente: Saavedra y Regalía (2023).

Ahora bien, en lo que respecta a Colombia, Rodríguez (2023), dijo que la OCDE en los resultados para el año 2022, se refleja que en el país “hubo una disminución de ocho puntos en matemáticas de 391 a 383 puntos” (párr. 3). Lo que demuestra que en el país los estudiantes se desempeñan por debajo del promedio de la OCDE en relación a dicha asignatura, representado en un 29% los educandos lograron el nivel 2 en matemáticas, lo que es significativamente más bajo que el promedio establecido por la OCDE, siendo que el mismo es del 69%.

**Figura 2**

*Resultados PISA 2022. Estudiantes colombianos con bajo rendimiento en Matemáticas*

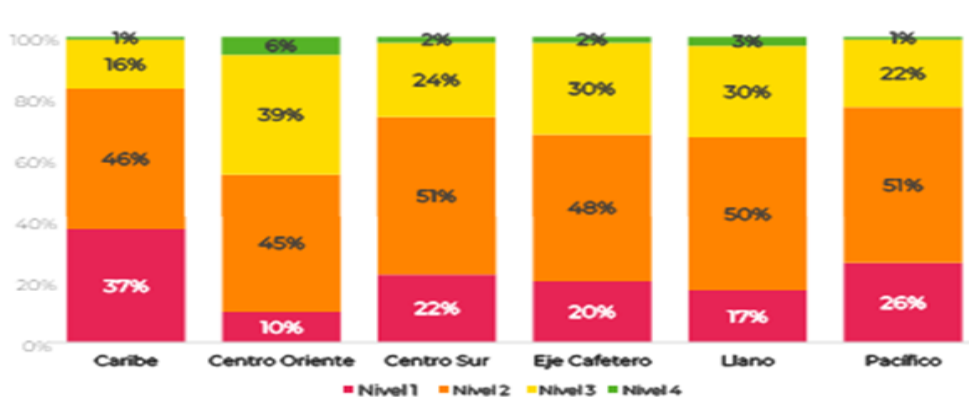


*Fuente:* Saavedra y Regalía (2023).

Así mismo, en lo referido a los resultados de las pruebas Saber 11, en las regiones colombianas, Caribe, Centro Oriente, Centro Sur, Eje Cafetalero, Llano y Pacífico, se evidenció que, en su mayoría, los educandos se ubicaron en el nivel 2, en el sentido de que lograron describir las propiedades de los números racionales y sus operaciones, construir relaciones secuenciales entre números racionales en una posición determinada o cercana al estándar, y basado en otra representación, crear representaciones ya sea mediante gráficas, tablas, diagramas, de conjuntos de datos y demás aspectos del aprendizaje para el noveno grado (ICFES, 2022).

**Figura 3**

*Resultados de evaluación en los niveles de desempeño en grado 9 para Matemáticas, según región*



*Fuente:* ICFES (2022).

En lo que toca, el departamento de La Guajira, en los resultados suministrados por ICFES (2022), se observó que, los estudiantes tienen niveles bajos en las habilidades de matemáticas en primaria en el grado tercero se obtuvieron los siguientes resultados avanzado 23%, satisfactorio 25%, en desarrollo mínimo 34%, insuficiente un 19%. En el grado quinto tan solo el 12% avanzado, 16% satisfactorio, seguido del 29% mínimo, el 43% tiene un nivel insuficiente. Ahora con respecto a la secundaria más de la mitad de los estudiantes de grado noveno o sea el 52% tienen un desempeño mínimo, seguido de insuficiente un 22%, satisfactorio 20% y avanzado un 6% (ICFES, 2022). Se observa en la tabla 1, que la mayoría de los estudiantes se encuentran en un porcentaje de resultados insuficientes y mínimo.

**Tabla 1**

*Resultados Pruebas Saber. Vinculadas a las pruebas de aula (2022)*

<b>Institución Educativa El Carmelo</b>			
<b>Grado Noveno (2022)</b>			
<b>Niveles</b>			
<b>Avanzado</b>	<b>Satisfactorio</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Insuficiente</b>
<b>7%</b>	<b>11%</b>	<b>18%</b>	<b>64%</b>

*Nota:* A partir de los resultados prueba saber, ICFES (2022).

Ahora bien, al ser parte del equipo docente del área de matemáticas en la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira, y al realizar la práctica pedagógica se observó que los estudiantes no cuentan con bases adecuadas para entender los enunciados a la hora de resolver problemas matemáticos con fracciones, falta de motivación debido a que no se les ofrece estrategias metodológicas innovadoras, apatía al someterse a pruebas de conocimiento internas y externas que involucran el uso exclusivo del texto guía y materiales convencionales. Por tanto, tener en cuenta estos factores es fundamental para llegar a la base del problema considerando, que no todos los alumnos tienen el mismo estilo de aprendizaje y capacidades al momento de enfrentar los contenidos o estándares nacionales.

Al mismo tiempo, al analizar estos resultados mínimos e insuficientes en el rendimiento matemático, existe un desafío para que los docentes incorporen una metodología eficaz para el

mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas (Competencias del Siglo XXI); es decir, del aprendizaje superficial a la comprensión y se logra en la enseñanza reemplazando la transferencia de conocimientos por una mezcla de pedagogías contextuales, fácticas y experienciales que se vinculan por igual, y que los recursos dejen de estar dedicados a los docentes y se entiendan como herramientas de aprendizaje para los estudiantes.

A partir de las debilidades que presentan los estudiantes y basados en los resultados de las pruebas Saber, surgió en las investigadoras la idea de ahondar en la problemática que presentan los estudiantes de octavo grado de la institución objeto de estudio, así pues, tomando en cuenta programa de matemáticas del respectivo grado abordar, una metodología centrada en el desarrollo del pensamiento: Analítico-Aritmético (AA-CO), Sintético-Geométrico (SG-PI), Analítico-Estructural (AE-SI), desde la metodología COPISI vinculantes con la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones específicamente en el manejo de los componentes : concretos, conceptuales (pictóricos) y símbolos, que permitan al estudiante el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones al descubrir y elaborar conceptos a través de la comprensión que le permiten lograr clasificaciones y seriaciones, por medio del cual el estudiante refleja lo aprendido mediante números pintados, signos, gráficos, palabras y figuras.

### ***1.1.1. Formulación del problema***

Considerando lo anteriormente planteado, y haciendo referencia a la problemática, surge el siguiente interrogante ¿Cómo se fortalece el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira?

## **1.2. Justificación**

El pensamiento matemático es la capacidad de entender, razonar y reflexionar sobre las relaciones que existen en el mundo que nos rodea, es decir, comprender, crear y saber utilizar estas habilidades para desenvolvernó en la sociedad. Ochoa y Saldaña (2020) lo define como “la parte del entorno donde se forman y desarrollan conceptos y técnicas matemáticas en el proceso de

resolución de problemas” (p. 24). En efecto, esta investigación será un paso adelante en el campo de la pedagogía ya que pretende mejorar los resultados de los estudiantes en el área de las matemáticas, mediante el uso de la metodología de enseñanza COPISI, para que tanto los docentes como los estudiantes autorreflexionen, de tal manera que se puedan evidenciar las falencias en el aula. Además, es un desafío académico que permitirá a las docentes investigadoras estar en contacto con herramientas y métodos para enseñar efectivamente las matemáticas.

De igual forma, el aprendizaje de los educandos requiere precisión y planificación, no sólo presentar el contenido, teniendo en cuenta los conocimientos previos y la experiencia de vida, para que el nuevo conocimiento sea relevante y significativo, y de esa manera le otorguen importancia y puedan relacionarlo en todos los ámbitos de su vida. Por lo tanto, se asume que el desarrollo de este estudio significa que dentro del área de las matemáticas se tome en cuenta los siguientes factores, tales como, talleres de estudio para realizar diferentes trabajos con los discentes, pues, no todos tienen las mismas capacidades y facilidad para aprender las matemáticas, de ahí lo necesario de ofrecer mecanismos que permitan a los profesores fomentar el trabajo colaborativo en situaciones problemáticas pertinentes a su contexto, utilizando material concreto, enseñando que el error es fuente de aprendizaje y permite a los estudiantes explorar diferentes formas de solucionar el error. Estas acciones se realizan en función del número de estudiantes atendidos en el aula.

También es de importancia, vincular los temas con la vida cotidiana y el contexto del estudiante, lo que significa que la enseñanza de las matemáticas debe ser contextualizadas, es decir, ubicarla en el entorno en el que se encuentran los estudiantes, es significativo entonces, la comunicación con los conocimientos previos y los que se van a adquirir para ser asimilados. Es consecuencia, es relevante que los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira, justifiquen razones inherentes a los pasos de resolución de problemas con fracciones y, al mismo tiempo, puedan explicarlos y generar discusión sobre ellos.

Otro asunto es, que exista un mejor enfoque a través del uso de metodologías de enseñanza que involucren a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos; por lo cual es fundamental

que utilicen estas herramientas para su aprendizaje, aunque las operaciones puedan ser realizadas manualmente, no deja de lado utilizar medios tecnológicos para la solución. Así lo exponen Tipan et al. (2023) pues para quienes, las soluciones deben ser “a través de metodologías innovadoras, dinámicas y efectivas que faciliten la comprensión de la complejidad en las operaciones matemáticas” (p. 30).

Por consiguiente, es importante estimular a los estudiantes de octavo grado del Colegio El Carmelo a comprender la lógica matemática poco practicada de la mano con la vida cotidiana, esto permite la relación entre el entorno y el conocimiento matemático, al brindar explicaciones a través de componentes gráficos y simbólicos, los cuales ayudan a generar una mejor actitud hacia la asignatura.

Por otra parte, los aportes al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones a través de la aplicación de la metodología COPISI, se realizan tanto para docentes como estudiantes, en el sentido de que este estudio tiene implicaciones importantes en la Institución Educativa El Carmelo objeto de estudio, debido a los bajos niveles que reflejan las pruebas estandarizadas en el área señalada, debido a las dificultades que enfrentan los educandos al momento de expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, describir situaciones o problemas usando el lenguaje escrito, concreto, pictórico y gráfico.

De igual modo, apremiando el abordaje metodológico esta investigación se justifica al apropiarse de las bondades del paradigma cualitativo bajo el enfoque crítico social y el método de investigación acción pedagógica (IAP), donde es importante el proceso de construcción del conocimiento desde la propia práctica pedagógica, ya que es desde allí donde se puede apreciar el resultado eficaz del proceso de enseñanza, como educadoras, el ejercicio de la profesión docente implica un llamado a resolver las necesidades estudiantiles en cuanto a la problemática que presenten en su vida académica. Considerando lo propuesto por las Bases Curriculares de Educación, es pertinente enseñar las matemáticas con el uso de material concreto, representación pictórica y pensamiento simbólico, así como los modos de pensamiento Analítico-Aritmético (AA-CO), Sintético-Geométrico (SG-PI), Analítico-Estructural (AE-SI).

Lo anterior, se debe tomar como una gran ventaja, ya que parte de una motivación intrínseca de los estudiantes, que debe ser aprovechada al máximo. Respecto a esto, Revelo y Yáñez (2023) señalaron: “El uso de material concreto es particularmente importante en el aprendizaje de las matemáticas en los escolares, ya que permite el desarrollo de comprensión mental, tener mejores ideas matemáticas y facilita su aplicación en la vida cotidiana” (p. 226).

Interesa pues decir que, a partir de lo expuesto, nació la idea de determinar la incidencia de la metodología de enseñanza COPISI en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones, en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo, así pues, contando con el apoyo de la revisión de la literatura, de entrevista a docentes de matemáticas con la finalidad de conocer la realidad problémica en el área de conocimiento, además, utilizando la metodología que indica la Investigación Acción Participativa, se planificaron en conjunto y ejecutaron actividades de orientación, logrando involucrar activamente a los estudiantes en el desarrollo de su aprendizaje.

Al implementar el seguimiento de percepción de objetos matemáticos, puede ayudar a contextualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, allanando el camino para reestructurar los planes de aprendizaje de la Institución Educativa El Carmelo, una vez que los docentes sean conscientes que se pueden obtener resultados efectivos a partir del uso de la metodología de aprendizaje COPISI, las guías de trabajo en el aula, pero contando con un valor agregado, el cual es el desarrollo cognitivo en los estudiantes.

### **1.3. Objetivos**

Para Coronel (2023), el objetivo de la investigación, se basa en la intención explícita de un investigador de alcanzar un resultado a lo largo de una investigación. Se refiere a lo que el investigador intenta hacer sobre el problema con base en su estudio. Los objetivos son decisivos en un estudio investigativo, por varias razones, en primer lugar, sirven de orientación para empezar a realizar la revisión bibliográfica relacionada con el tema; en segundo lugar, son cruciales en la selección de una metodología que sea coherente con los mismos; en tercer lugar, sirven de guía para la organización del reporte de resultados y por último son la base para el establecimiento de las conclusiones de un estudio.

### **1.3.1. Objetivo general**

Fortalecer el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo de grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Diagnosticar la situación actual de los estudiantes de octavo grado en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en la Institución Educativa El Carmelo del municipio de San Juan del Cesar, Guajira.
- Diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.
- Implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.
- Evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.

## **1.4. Marco referencial o fundamentos teóricos**

Para el investigador, la revisión de autores en el campo que abarca el tema de estudio, le permite construir conceptos y proposiciones desde múltiples perspectivas o métodos, ayudándole así a profundizar sus conocimientos y contribuir a la formación de una teoría o referencia que le facilite enmarcar la investigación en un enfoque referencial. Proceso que le ayudará, subsiguientemente a comparar los resultados en el accionar metodológico para así, replicar, confirmar, contrastar y poder interpretar las relaciones con base a lo indagatorio.

Bajo esta concepción, para efectos de este trabajo se desarrollarán aspectos relacionados con los talleres pedagógicos, comprendidas en tres etapas como son concreta, pictórica y simbólica



basadas en la metodología de enseñanza COPISI, que permitan atenuar dificultades a la hora de resolver problemas lógicos matemáticos en función de las operaciones básicas con fracciones en estudiantes del octavo grado de la Institución Educativa “El Carmelo” en el municipio de San Juan del Cesar en el Departamento de La Guajira, aunado a los marcos contextuales donde se caracteriza la institución seleccionada como objeto de estudio, los aspectos legales más relevantes en esta temática y éticos pertinentes a la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas.

#### **1.4.1. Antecedentes**

Los trabajos de investigación evidenciados en el marco teórico constituyen una serie de investigaciones relacionadas con la lectura comprensiva a partir del método gráfico de resolución de problemas lógicos matemáticos en estudiantes del Octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira, los mismos, son de mucha importancia para orientar el desarrollo de este trabajo, puesto que en base a ello se estarán analizando documentos y aportes teóricos y metodológicos de autores reconocidos, primeramente se presentan los del nivel internacional, luego nacionales y por ultimo regional o a nivel local.

**1.4.1.1. Internacionales.** Dentro de los estudios realizados acerca de la temática, se cita la investigación realizada por Álvarez y Paranca (2023) bajo el título, Eficacia de la aplicación del programa Retroalimentación como estrategia pedagógica para mejora de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de tercer grado de primaria de una institución educativa pública de Arequipa, Perú. Cuyo objetivo fue analizar la eficacia de la retroalimentación en la resolución de problemas matemáticos y en la percepción de la retroalimentación en estudiantes de tercer grado de primaria de un colegio público de Arequipa, Perú.

La metodología se basó en un estudio cuasi experimental, aplicando pruebas pre y postest a un grupo de 46 estudiantes de tercer grado de primaria, separados en grupos experimental y de control, aplicando una prueba de resolución de problemas matemáticos, con el fin de medir la percepción en cuanto a la retroalimentación. Los resultados reflejaron que el programa aplicado es eficaz en el nivel de logro de desempeño. Como aporte al presente estudio, se basó en los planteamientos de Moreira y Martínez (2018) para quienes la resolución exitosa de problemas matemáticos está estrechamente relacionada con las habilidades de pensamiento que poseen los estudiantes, lo que

implica la capacidad de profundizar, reflexionar y el procesamiento del conocimiento que el sujeto adquiere en la medida en que integra los aprendizajes recibidos, lo descrito sirvió de fuente para hacer conceptualización definidoras en el presente estudio..

En este contexto la investigación de Dávila (2021), titulada: “Análisis de organizaciones matemáticas del Método Singapur para la resolución de problemas aritméticos”, en la Pontificia Universidad Católica del Perú. El estudio responde a la interrogante ¿cuál es el alcance del método Singapur en términos de los problemas aritméticos que permite abordar y cómo han sido organizados en la propuesta basada en este método? Para ello, el objetivo general apunta a identificar una organización matemática de los problemas aritméticos abordados en una colección de textos de primaria que siguen el modelo Singapur, sustentado en la teoría antropológica de lo didáctico, propuesto por Chevallard (1999), que presenta la noción de praxeología.

Es así como las nociones de tipo de tarea, técnica, tecnología y teoría permiten modelar la actividad matemática. Como resultado se presentó un Modelo epistemológico de referencia (MER) para la clasificación de los problemas aritméticos, que permitió la identificación de una organización matemática para estos problemas en los libros de texto Prime Matemáticas de Singapur.

En este escenario, apareció Acosta (2021), cuyo trabajo se tituló, Metodología para mejorar el aprendizaje del álgebra en primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Jorge Washington, Ambato, Ecuador. Planteándose como objetivo, proponer una metodología para mejorar el aprendizaje del Álgebra en Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa Jorge Washington. Metodológicamente, se basó en el enfoque cuali-cuantitativo, la muestra la conformaron 35 estudiantes y 2 docentes. La técnica aplicada fue la encuesta y el instrumento un cuestionario.

Se demostró en los resultados diagnósticos que, los nuevos mecanismos de aprendizaje cuando se trata de contenidos de álgebra, son limitados, lo que hace que los estudiantes se aburran y se cansen de lecciones repetitivas; de ahí la importancia de implementar en las clases de matemáticas la metodología COPISI, puesto que es una herramienta que hace grandes aportes al proceso de aprendizaje, por tanto, es posible de aplicarla para el mejoramiento académico de los educandos.

Asimismo, Juárez y Aguilar (2018), en su investigación titulada “El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las matemáticas”, tiene como propósito mejorar los aprendizajes de las matemáticas a través de la implementación de dicho método en México. Para analizar los resultados, se utilizaron métodos cuantitativos y cualitativos, los cuales implican evaluaciones de un antes (Pre-test) y después (Pos – test), y observaciones durante el proceso.

Desde la mirada metodológica, el estudio fue cuasi experimental, se realizó en una escuela primaria pública del estado de Puebla, México, donde participaron treinta y un niños de segundo grado. Los niños tenían la característica de utilizar símbolos para representar objetos, lugares y personas. Las características principales fueron el juego simbólico, egocentrismo, animismo, clasificación, conservación e irreversibilidad. A estos niños se les enseñó una nueva manera de resolver los problemas que se caracterizó por seguir los siguientes pasos: leer el enunciado del problema para decidir de qué se está hablando, se realizan las operaciones correspondientes para finalmente escribir la respuesta con sus unidades.

Como conclusiones, se menciona que, en México, se debería fomentar el desarrollo de competencias para resolver problemas de manera autónoma. Además, si los alumnos reprueban o no entienden bien un tema, se atrasarían, ya que, al llegar a la secundaria, no tendrían una base para ver temas más complejos. Sin embargo, de la experiencia desarrollada, se concluyó que el método Singapur puede ayudar a los niños con el problema de la reprobación; entonces, ya no se daría el problema del atraso en estudios superiores.

En la misma línea, Gajardo et al. (2018) presentó un estudio titulado, Metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4to. básico. Su intención fue Describir los efectos de aplicar la metodología de enseñanza COPISI en el aprendizaje del algoritmo de la división en un 4° básico de un colegio ubicado en la ciudad de Los Ángeles, Chile. Se trató de una investigación de tipo cuantitativa, de diseño cuasi-experimental, de grupo experimental y de control, aplicó una prueba pre y postest; además se aplicó la investigación cualitativa, aplicando una encuesta al grupo experimental para conocer el material concreto o representación pictórica.

Concluyó Gajardo (2018), indicando que, la metodología de enseñanza COPISI, fue factible de utilizar por los docentes, ya que los estudiantes se apropiaron de conocimientos para la resolución

de algoritmos de división, obteniendo entonces mejoras en su rendimiento académico. Un aporte de gran valía fueron las pruebas pre y postest las cuales brindaron ideas para adecuarlas al nivel de los discentes del grado octavo.

**1.4.1.2. Nacionales.** En este contexto se consideró relevante el estudio de Mota (2024), inscrito con el nombre Comprensión de conceptos y operaciones con fracciones matemáticas mediada por las Tic en grado séptimo del Colegio Comfandi Palmira. Donde buscó analizar posibles dificultades que se presentan en la práctica de la enseñanza de las fracciones, buscando romper paradigmas sobre las operaciones con fracciones, comprender el concepto de fracción y el porqué de sus operaciones, siguiendo una metodología de secuencia didáctica mediada por las TIC. Se logró la participación y motivación hacia el aprendizaje de fracciones, ya que las herramientas utilizadas fueron de gran atracción y diversión para los educandos.

Como conclusión, Mota (2024) expresó que a través de las TIC los estudiantes estuvieron motivados y aprendieron a su ritmo. Resultó interesante la forma en que se desarrolló la secuencia didáctica y la relatoría que hace el autor con respecto a los elementos que toma en cuenta para su análisis, lo cual brindó ideas para aplicarlas en la presente investigación.

Otro estudio de interés fue el de Gutiérrez y Martínez (2021), nombrado Fortalecimiento del aprendizaje de las operaciones básicas del área de matemáticas mediante la implementación de la tecnología, arte y juego (TAJ) en estudiante de grado tercero del colegio Provincial San José sede Gabriela Mistral. Teniendo como objetivo, Fortalecer el aprendizaje de las operaciones básicas del área de matemáticas mediante la implementación de la Tecnología, Arte y Juego en estudiantes del grado tercero del colegio Provincial de San José sede Gabriela Mistral. De enfoque cualitativo, bajo el método de Investigación Acción. La muestra la conformaron 32 estudiantes y una docente. Como técnica para recoger datos utilizó una guía de observación y los diarios de campo.

También Cano (2021), en su trabajo, Herramientas TIC para la enseñanza de las matemáticas en tiempos del Covid-19, se propuso, indagar sobre los beneficios en el uso de las herramientas TIC para la enseñanza de las matemáticas en tiempos del Covid-19. Bajo un enfoque documental donde seleccionó, revisó y categorizó diversos documentos entre ellos, tesis de pre y posgrado, de varias universidades internacionales, nacionales y locales. En los resultados evidenció que la

introducción de las TIC en la enseñanza de la matemática ha sido un tema muy discutido donde para algunos ha tenido sus ventajas, otros lo ven como desventaja, pero lo que si es clara es que su implementación durante la pandemia, su utilización fue casi obligatoria para darle continuidad al proceso académico.

Consideró Cano (2020), además como resultado, que claramente una serie de herramientas TIC están disponibles en varias plataformas digitales para realizar actividades matemáticas, lo que puede ayudar a los estudiantes a sentirse cómodos, interesados y motivados para el aprendizaje de dicha asignatura. Como aporte se tomaron aspectos teóricos que permitieron construir conceptos definidores con respecto a la enseñanza de las matemáticas.

En este escenario, Parra (2020), con su estudio titulado Método gráfico para la enseñanza de las fracciones mediado con GeoGebra y la teoría de los registros de representación, Universidad de Caldas, Manizales. Se propuso analizar el resultado que produce en los estudiantes la interacción con el software GeoGebra y los Registros de Representación como mediadores didácticos en el aprendizaje de las fracciones y propende por el uso de otro registro que puede ser más llamativo para el aprendizaje como es el gráfico empleando un software dinámico llamado GeoGebra que ayuda al proceso enseñanza-aprendizaje, despertando el interés y la motivación de los estudiantes.

El aprendizaje de las fracciones sigue siendo un tema complejo de enseñar y por ende difícil de entender, debido en gran parte al método usado en la escuela. Este problema se presenta con mucha regularidad en todas las aulas de clase, y a pesar de que son variados los talleres pedagógicos para mejorar los procesos de aprendizaje, muchos maestros no cambian la manera de enseñarlas debido a que lo restringen a una sola representación, que es la numérica.

La investigación se desarrolló en la Institución Técnica Agropecuaria el Guayabo de Fresno Tolima, con un grupo de 5 estudiantes, es importante anotar que la pandemia del Covid – 19, restringió el uso de toda la población debido a la poca conectividad por ser una escuela pública de carácter rural, lo que llevó a realizar un estudio cualitativo de diseño Tipo de caso, para ello se diseñaron un pre-test y un pos-test y una guía de intervención que constaba de cuatro hojas de trabajos diseñadas con el software GeoGebra y los RRS, al final los resultados mostraron como los

estudiantes mejoraron notoriamente en conceptos relacionados con las operaciones básicas, las nociones de fracción y la resolución de problemas cotidianos.

Asimismo, Umbacia (2019), tituló su estudio “Prácticas pedagógicas de los docentes: Enseñanza y didáctica de las matemáticas en el nivel básico secundario de la Institución Educativa Distrital Juan Evangelista Gómez”. Universidad Militar Nueva Granada. Bogotá. Esta investigación tuvo como finalidad identificar las prácticas pedagógicas que los docentes del área de matemáticas emplean para enseñar a sus estudiantes y así proponer talleres pedagógicos que ayuden a mejorar los resultados y los niveles de reprobación. Para tal intención se utilizó un enfoque cualitativo, bajo un diseño fenomenológico empírico y los principales instrumentos de información fueron la entrevista a dos docentes y tres estudiantes de una institución educativa de carácter público.

Se indagó desde la práctica pedagógica porque es allí donde el docente puede observar todo lo empleado en aula de clase y preguntarse si los resultados obtenidos son realmente lo que se quería, por lo cual esta investigación planteó 3 categorías: Prácticas pedagógicas, enseñanza de las matemáticas y didáctica de las matemáticas. Analizando la información obtenida se encontró que aún persisten prácticas con tendencias tradicionalistas y se siguen evaluando contenidos, asimismo hay un factor muy importante que afecta este proceso enseñanza- aprendizaje el contexto escolar y la falta de compromiso de los acudientes. Aunque hay poca iniciativa por parte de los docentes por buscar otros espacios para crear un nuevo conocimiento, los docentes muestran su preocupación por conocer en cada uno de sus estudiantes su forma de aprender.

De igual manera se encontró el trabajo realizado por Vargas (2019) titulado, Aprendizaje basado en proyectos mediados por TIC para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas. Consideró como objetivo, aplicar el aprendizaje basado en proyectos y utilizar las TIC como herramienta para superar las dificultades en el aprendizaje de operaciones matemáticas básicas. La muestra fue de 90 estudiantes a los cuales aplicó virtualmente, un test diagnóstico y una prueba postest. Como resultado precisó las mejoras en el aprendizaje mediante la metodología basada en problemas, así como también el aprovechamiento de las TIC como herramienta útil para implementarla en el aula y de esa manera los discentes sientan interés en aprender. El aporte se basó en la fundamentación teórica general con respecto al aprendizaje de las

matemáticas, desde la concepción de Coll (1991) y Esteban (2010), quienes coinciden en que el constructivismo como base para enseñar matemáticas, es propicio para que los estudiantes construyan significados y darle sentido a su aprendizaje.

**1.4.1.3. Regionales.** En este escenario, se encontró el trabajo de Moreno (2022) de nombre, Enseñanza de los números racionales mediante el aprendizaje situado desde un proyecto hortícola en el grado 7° del Centro Etnoeducativo N° 15, de Riohacha, La Guajira, presentado en la Universidad de La Guajira. En el mismo realizó un análisis e interpretación de las diversas formas de expresión numérica, tales como fracciones, razones, decimales u operaciones porcentuales, en la representación de las etapas de la huerta. La metodología seguida fue la Investigación Acción, como muestra selección 30 estudiantes, como instrumento aplicó una prueba escrita. El estudio partió de las debilidades presentadas por los estudiantes en relación al reconocimiento de números fraccionarios en diversos contextos, así como la desmotivación estudiantil hacia el aprendizaje matemático lo que sirvió de base para hacer una propuesta de intervención sobre el proyecto hortícola, fundamentada en el aprendizaje situado. Como resultado logró que los estudiantes, haciendo uso de semillas, representaran números racionales, calcularon medidas de longitud, capacidad y peso, áreas del polígono, compararon frecuencias.

Concluyó Moreno (2022), explicando que la enseñanza de matemáticas basada en situaciones reales, desarrolla en los estudiantes la capacidad de abstraer la realidad y expresarla mediante algoritmos, lo que significa hacer que el aprendizaje sea significativo encontrando significado en las matemáticas. Igualmente comprobó que, mediante el huerto escolar, utilizado como laboratorio para enseñar matemáticas, brindo a los discentes la oportunidad de comprender procedimientos y técnicas de abstracción, realizar cálculos en situaciones reales y contextualizadas con el fin de evaluarlas, por ende, le encontraron significado y lógica al aprendizaje de las operaciones con fracciones. El estudio aportó aspectos positivos con respecto a la puesta en práctica de estrategias innovadoras relacionadas con la realidad del contexto, lo que condujo a las investigadoras a pensar en problemas reales del ámbito de aplicación de la propuesta para que los estudiantes logaran desarrollar habilidades para la resolución de operaciones básicas con fracciones.

Otra investigación considerada de interés fue la presentada en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de autoría, de Rodríguez (2022). El objetivo fue, describir las prácticas matemáticas

escolares que emergen en la construcción que hacen los estudiantes de grado séptimo de la mochila Wayúu. Metodológicamente se trató de un estudio cualitativo, método etnográfico. La muestra fue de 14 actores sociales, para la recogida de datos utilizó la observación participante y la entrevista en profundidad. Los resultados fueron analizados mediante la codificación axial y selectiva, realizando a la vez una triangulación entre la teoría y los datos revelados. Los hallazgos dejaron ver una aproximación teórica sobre las prácticas matemáticas que realizan los estudiantes en la elaboración de la mochila Wayúu. Se concluyó que el aprendizaje situado, contribuye a que los estudiantes se apropiaran e interesaran, desde la práctica de los tejidos artesanales de las operaciones matemáticas. Un aporte valioso fueron los indicadores utilizados para la construcción del diagnóstico con respecto a las matemáticas, los cuales fueron adecuados y contextualizados en el presente estudio.

En este mismo escenario, se revisó la investigación de Brito (2020), en la Universidad Antonio Nariño, denominada Enseñanza Diferencial de las Matemáticas en Estudiantes con posibles Síntomas de Discalculia en Edad de 7 – 9 Años de la Institución Educativa Eusebio Septimio Mari, del Distrito de Riohacha – La Guajira. El estudio consistió en la implementación de la enseñanza diferencial de las matemáticas en estudiantes entre los 7 y 9 años con posibles síntomas Discalculia en la Institución Educativa Eusebio Septimio Mari, del distrito de Riohacha – la Guajira, a través del establecimiento de una cultura en la enseñanza lúdica–recreativa por los Docentes del área. Utilizó una metodología con enfoque de acción participativa y descriptiva. La muestra fue de 8 estudiantes. Utilizando como instrumento una guía de observación. Los resultados indicaron que, los estudiantes lograron resolver operaciones básicas, tales como la adición, sustracción y multiplicación.

Concluyendo que, el enriquecimiento del proceso de educación matemática de los niños se requiere de la intervención en el dominio matemático que garantice que la estrategia propuesta refuerza las habilidades matemáticas básica y mejoran su aprendizaje. Consideró además la importancia de implementar materiales didácticos basados en las TIC puesto que facilitan la comprensión de los procesos básicos para apropiarse de las operaciones matemáticas, sin obviar el apasionamiento que los discentes tienen por las estrategias tales como los juegos para un aprendizaje divertido. Un aporte valioso fue en los aportes teóricos, lo que permitió hacer construcciones conceptuales que definen el proceso de cómo aprenden los niños las matemáticas.



### **1.4.2. Marco teórico**

A través del aprendizaje puede entenderse desde varias perspectivas el mundo, en otras palabras, todo lo que el hombre va haciendo en su existencia se convierte de alguna manera en aprendizaje, en definitiva, toda sensibilidad humana hacia la experimentación y la vida proporcionan dominio en la solución de problemas y se traduce en conocimiento cotidiano o científico. También según Argueta (2004), se entiende por aprendizaje al proceso a través del cual el ser humano adquiere o modifica su conducta a partir de sus habilidades, destrezas lo cual conforman el conjunto de saberes como fruto de la experiencia directa, el estudio, la observación, el razonamiento o la instrucción., lo cual expresa que aprender es todo proceso de formación intencional o no que le ofrecen al individuo el desarrollo de sus facultades como son la inteligencia y la voluntad la primera para resolver problemas y la segunda para tener la decisión de seguir adelante y enfrentar situaciones demandantes en los nuevos aprendizajes.

**1.4.2.1. Teorías de aprendizaje.** Estas teorías fueron construidas considerando los aportes de Piaget (1997), Ausubel (1983) y Vygotsky (1979). Existen a través de la historia específicamente de la pedagogía, grandes autores o reconocidos científicos, por así llamarlos de acuerdo a su trayectoria por los importantes aportes a la ciencia y a la educación, como son: Piaget (1997) Jean Piaget nació en Suiza, 1896 y muere en Ginebra, 1980. Se conoce como un psicólogo constructivista suizo cuyos estudios fueron alrededor del desarrollo intelectual y cognitivo del niño.

Piaget tuvo gran influencia en la psicología evolutiva y en la pedagogía moderna, Ausubel (1983) David Paul Ausubel nació en Nueva York en el 1918 y muere en el 2008. Destacado psicólogo y pedagogo estadounidense que desarrolló la teoría del aprendizaje significativo, una de las principales aportaciones de la pedagogía constructivista y, Lev Vygotsky nació en Rusia en 1896. Estudió varias materias en la escuela, incluyendo psicología, filosofía y literatura; además, obtuvo el título de abogado en la Universidad Imperial de Moscú en 1917, entre otros, para efecto de esta investigación a continuación se expone brevemente los contenidos relevantes de sus teorías.

**1.4.2.1.1. Los aportes de la teoría del desarrollo cognitivo Jean Piaget.** Según Piaget (1978), el desarrollo cognitivo comienza cuando un niño asimila un objeto real de su entorno en su

estructura cognitiva, como resultado de la interacción con el medio que lo rodea, la mayoría de los niños adquieren un conocimiento considerable de números, objetos que pueden contar y antes de comenzar la escuela formal, tienen una idea básica sobre las matemáticas, este desarrollo sigue una secuencia específica compuesta por cuatro etapas o pasos, en la que gradualmente dice Piaget son estadios de aprendizaje que denotan su maduración biopsicosocial, cada etapa consta de la estructura inicial construida de un estado a otro por eventos originales que se suscitan en la mente del niño, estos periodos son:

- **Período sensorio motor**, que se encuentra subdividido en subestadios, en cuanto se consideran los cambios intelectuales que tiene lugar entre el nacimiento y los dos años, espacio de tiempo en el cual, el niño pasa por una fase de adaptación y hacia el final del período aparecen los indicios del pensamiento representacional.

- **Período pre operacional**, también conocido como el período de las representaciones, va desde los dos a los seis o siete años, en él se consolidan las funciones semióticas que hacen referencia a la capacidad de pensar sobre los objetos en su ausencia. Esta capacidad surge con el desarrollo de habilidades mentales representacionales como el dibujo, el lenguaje y las imágenes. Piaget señala que los niños pueden usar estas habilidades representacionales solo para ver las cosas desde su propia perspectiva. En esta etapa los niños son egocéntricos. Las principales características del pensamiento egocéntrico son: el artificialismo o el intento de reducir el origen de un objeto a una fabricación intencionada; el animismo, o intento de conferir voluntad a los objetos; el realismo en la que los niños dan una existencia real a los fenómenos psicológicos como por ejemplo el sueño.

- **Período operacional concreto**, comprende entre los seis y doce años; en esta etapa los niños pueden adoptar otros puntos de vista, considerando más una perspectiva y representación de transformaciones, tienen la capacidad de manipular mentalmente las representaciones del mundo que los rodea, pero no pueden visualizar lógicamente todas las posibles consecuencias y no logran captar conceptos abstractos. Las actividades que realizan son el resultado de transformaciones de objetos y situaciones particulares. Son características de este período las siguientes: El concepto de

medición es relevante para la comprensión de tiempo, espacio, volumen, la perspectiva de los objetos y la proyección en la realidad.

Además de comprender el concepto de velocidad integrando simultáneamente variables temporales y espaciales y la comprensión de la llamada ley de los grandes números en la teoría de las probabilidades; en esta etapa el estudiante puede resolver ecuaciones, formular proposiciones, de modo general adquiere la capacidad de plantear y resolver problemas que requieren la manipulación de variables.

- **Período de las operaciones formales.** En este período, los niños son capaces de pensar sobre su propia realidad, los que se convierten también en objeto de pensamiento, es decir han adquirido habilidades metacognitivas; el desarrollo mental alcanza mayor nivel en el sentido de poder formular sus propios conceptos, enunciados y solución de problemas de forma compleja, es de los doce años en adelante, donde el darse cuenta o ser conscientes está en su mayor resplandor, son capaces de razonar sobre la base de posibilidades teóricas, así como también sobre realidades concretas, son capaces de considerar situaciones hipotéticas y pensar sobre ellas.

De acuerdo a lo anterior, Piaget (1978) las matemáticas elementales son un sistema de ideas y métodos que permiten abordar problemas lógicos. En ese caso, el desarrollo de la comprensión del número y de una manera significativa de contar está ligado a la aparición de un estadio más avanzado del pensamiento, aparecen estos con el “estadio operacional concreto”. Para efecto de esta investigación es necesario el aporte sobre el conocimiento lógico-matemático, el cual surge de una abstracción reflexiva ya que este conocimiento no es observable y es el sujeto o aprendiz ya en una edad aproximada entre los siete años adelante, quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, aclarando que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de la acción sobre los mismos.

Ahora bien, es importante hablar sobre la edad ya que cada estadio tiene que ver no solo con la edad biológica sino también mental, en cuanto a la maduración de cada individuo, para Piaget (1978), los niños deben entender la lógica de las relaciones matemáticas y la clasificación para comprender las relaciones de equivalencia y a consecuencia de ello, el significado del número, de

manera que la equivalencia es el fundamento psicológico de la comprensión del número, de manera que para establecer una igualdad, los niños tienen que llevar la cuenta de los elementos que han emparejado mediante la imposición de un orden. La relación con palabras como ordenar, igual, diferente, menor, mayor, entre otros, ha ayudado mucho a comprender el desarrollo cognoscitivo, que corresponde principalmente al desarrollo de la inteligencia lógico-matemática; pero conocer el tamaño y la medida de las cosas, el descubrimiento de la cantidad, el paso de los conceptos concretos a los abstractos.

En cuanto a los aportes de este Pedagogo Suizo, como es Piaget, también es interesante acotar los procesos de asimilación y acomodación cognitiva los cuales tienen que ver con la incorporación y asimilación de contenidos desde lo simple a lo complejo, es decir gradualmente, Para Piaget (1978) los niños deben entender la lógica de las relaciones matemáticas y a partir de un pensamiento reflexivo, construir en su mente a través de las relaciones con los objetos, sus ideas, planteamientos, preguntas y conclusiones, teniendo como particularidad que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos, de allí la importancia de la fijación o ejercitación en el aprendizaje de estas operaciones lógico matemáticas.

**1.4.2.1.2. Aportes del aprendizaje Significativo de Ausubel David.** Este máximo exponente de la teoría cognoscitivista, presenta su aporte a las ciencias de la educación el Aprendizaje significativo como un contenido para la resolución de problemas que implica una forma activa de pensamiento o de acción directa del sujeto que aprende en el que tanto la representación cognitiva de la experiencia pasada como los componentes de la situación actual del problema se reorganizan, transforman o combinan para lograr un objetivo claro.

En relación con la enseñanza implica crear estrategias que vayan más allá de la aplicación de principios simples, en cuanto a los problemas lógicos matemáticos, su atención se concentra en la experiencia previa, es decir, dos ideas, por un lado, lo que ya sabe y por el otro los nuevos conceptos en una relación de andamiaje que permita la construcción de los nuevos contenidos.

Ahora bien, la resolución de problemas pone en juego el despliegue de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, es decir, implica tanto significatividad lógica como psicológica o fenomenológica. El aprendiz en su naturaleza idiosincrásica puede particularmente, transformar el significado lógico de la materia en producto de aprendizaje psicológicamente significativo, es decir, que tengan sentido para él, de allí la importancia de esta teoría, donde no basta la memoria sino la interpretación que viene dada por la comprensión, de hecho Ausubel habla de que el hombre aprende a partir de la elaboración de conceptos propios, señalando que además intervienen, tres aspectos fundamentales como son los materiales de enseñanza pertinentes, una estructura cognitiva madura a la edad y las condiciones o ambientes de aprendizajes adecuados.

Una parte importante dentro de la teoría del aprendizaje significativo según Díaz y Hernández (2010), son los organizadores previos los cuales se refieren a los elementos que ayudan a que la persona conecte la nueva información con los conocimientos ya adquiridos que descansan en la estructura cognitiva, estos pueden ser: Introdutorios estos organizadores facilitan una base de conocimiento genérica que actúe como puente entre lo que el sujeto ya sabe y lo que tiene que incorporar, en el caso de los docentes en el aula, realizaran preguntas, anécdotas o ejemplos que den pistas o relacionen el tema nuevo con los ejemplos dados para despertar, la curiosidad, motivación, imaginación, atención, recuerdo, entre otros aspectos latentes en la mente de cada alumno y de este modo, asimilará mucho mejor ese conocimiento.

- **Expositivos**, en caso de material muy novedoso, es posible usar estos organizadores, consistentes en exponer visualmente el nuevo conocimiento, aquí los materiales de enseñanza, ilustraciones, mapas, figuras, cuadros ayudan a establecer conexiones entre los conceptos, problemas, y demás contenidos explicados en clase.

- **Comparativos**, cuando el estudiante tiene una base de conocimiento consistente, se pueden destacar las novedades que aporta la nueva información, sin embargo, en este momento es importante el repaso o ejercitación, aprender que donde cambian solo algunos aspectos del enunciado no hará falta que tenga explicaciones introductorias ni expositivas, sino que bastará con que conozca en qué puntos varía la información para que el encuentre la respuesta esperada.

- **Aplicación del aprendizaje significativo en el aula**, realmente esta teoría fue creada pensando más en la educación y puede ampliarse a otros contextos, pero hablando pedagógicamente todo docente debe estar interesado en que sus alumnos aprendan significativamente, es decir, que no solo pueda comprender y ser crítico a la tarea educativa, sino también a transferirla en la solución de problemas y a elaborar sus propios contenidos según vaya avanzando su nivel de aprendizaje, para lo cual es preciso tomar en cuenta:

- **Partir de los conocimientos previos**, consiste en relacionar los nuevos conceptos con los antiguos, para conocer fortalezas y debilidades de los educandos, y poder encaminar los objetivos o propósitos del área.

- **Despertar el interés**, es fundamental ya que en el aprendizaje de las operaciones lógico matemática la atención va conectada con el interés o motivación de los educandos, así cuanto más interesado se muestre por mejorar sus conocimientos, más fácil resultará que los adhiera a su marco conceptual anterior.

- **Crear un clima positivo**, es importante que el ambiente que exista durante las sesiones de formación sea lo más armónico posible, generar un ambiente sano, acogedor y dinámico, donde el alumno aprenda haciendo, participando y resolviendo sus dudas y necesidades puede ser la base de este tipo de aprendizaje, hay que evitar que el alumno sienta que las nuevas tareas sean solo para buscar sus debilidades, por el contrario, analizar los puntos fuertes de interés de los estudiantes para mediar desde ese punto o vínculo el resto de las acciones que se deben llevar a cabo.

- **Fomentar el Feedback**, el proceso del aprendizaje significativo requiere de una continua retroalimentación que permita al docente conocer el punto de partida de cada alumno sobre una materia y las dudas que pueda tener para conectar ideas o lograr entender los planteamientos formulados.

- Utilizar un enfoque práctico, en el que destaquen los ejemplos, pues facilita la comprensión de los estudiantes, con ilustraciones, videos, preguntas, otros ejercicios, actividades novedosas que logren captar la atención, para ello es básico guiar el proceso cognitivo, subsanando cualquier error o duda que pueda surgir a lo largo del aprendizaje, se insiste en este aspecto estrategias didácticas

que faciliten el uso de tecnologías o materiales significativos con tareas integradoras que representen un enfoque holístico para una mejor comprensión.

**1.4.2.1.3. Aportes de Lev Vygotsky.** Destacado teórico de la psicología del desarrollo crítico social, en un marco constructivista, entre sus aportes está el desarrollo del ser humano solamente puede ser explicado en términos de interacción social, pues consiste en la interiorización de instrumentos culturales, como el lenguaje, que pertenecen y recibe del grupo social al que pertenece, la adquisición de sistemas de conocimientos basados en tal grado de generalización, la interdependencia de los conceptos, en estas líneas coinciden Piaget, Ausubel y Vygotsky, al hacer énfasis en la comprensión, en los conocimientos previos, en la influencia social o del entorno y en las relaciones de los contenidos como un andamiaje con sentido dentro de la interacción social.

Ahora bien, según Vygotsky (1968) la contribución de la educación organizada y sistemática es fundamental en la adquisición del lenguaje oral, Vygotsky lo denomina “desarrollo artificial”, cuyo ejemplo característico es el proceso de la adquisición de sistemas de conceptos que llevó a Vygotsky a descubrir la dimensión metacognoscitiva del desarrollo, y aplica para las operaciones lógicas matemáticas o cualquier otra área del saber.

Otro aporte de Vygotsky es el concepto de Zona de desarrollo Próximo (ZDP) considera que en cualquier punto del desarrollo hay problemas que el niño está a punto de resolver, y para lograrlo, solo requiere de cierto apoyo, guía u orientación de un compañero avanzado, docente, o material significativo como video o estructura, claves, recordatorios que le permita solucionar problemas, en si este término consiste entre el nivel de desarrollo actual y el nivel potencial cuando interviene su zona próxima o un mediador en su proceso de comprensión, al que igual que Ausubel llama proceso de andamiaje que consiste en el apoyo temporal de los adultos como maestros, padres, tutores que proporcionan al pequeño un apoyo o acompañamiento con el objetivo de realizar una tarea hasta que el niño sea capaz de llevarla a cabo sin ayuda externa.

La teoría social de Vygotsky plantea tres aspectos importantes en la acción pedagógica como son: el pensamiento fisiognomónico que se refiere cuando en las edades tempranas o primera etapa de crecimiento los niños dan vida a objetos, como juguetes o cosas donde el proyecta su ego, del pensamiento concreto donde el pensamiento ya es realista y evoluciona hacia lo conceptual y del

pensamiento abstracto o categórico, en la que convergen el análisis y la síntesis, mediante la palabra, estas ideas también coinciden con los planteamientos de Piaget en sus etapas de maduración o estadios de desarrollo y con Ausubel en la formación de conceptos en la estructura cognitiva de los educandos con sus aprendizajes significativos.

### ***1.4.3. Marco conceptual***

Para efectos de este trabajo se desarrollaron aspectos relacionados con el taller pedagógico, comprendidas en tres etapas como son, concreta, pictórica y simbólica basadas en la metodología de enseñanza COPISI, que permitan atenuar dificultades a la hora de resolver problemas lógicos matemáticos en función de las operaciones básicas con fracciones en estudiantes del octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar en el Departamento de La Guajira, aunado a los marcos contextuales donde se caracteriza la institución seleccionada como objeto de estudio, los aspectos legales más relevantes en esta temática y éticos pertinentes a la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. En cuanto al contenido del marco conceptual se pueden revisar diferentes conceptos entre los cuales en primer lugar está el termino Aprendizaje, el cual según Alcaide (2015), se refiere al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y aptitudes que se van formando en la estructura cognitiva del sujeto de acuerdo a sus experiencias y vivencias en relación con su ser interno y el exterior o entorno.

**1.4.3.1. Metodología COPISI.** Para Barriga (2021) el método COPISI, llamado también Singapur, fue creado, en el año 1980 por el matemático Yeap Ban Har, su esencia radica en una aproximación a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, centrándose en la resolución de problemas y su aplicación; como enfoque se dirige a lo concreto, gráfico y abstracto (CPA). Está centrado en la teoría del aprendizaje, por lo cual, los estudiantes pueden aprender bien las matemáticas mientras las practican y para su buena utilidad.

Vale aclarar que las siglas de dicha metodología, significan: Concreto (CO), Pictórico (PI), y Simbólico (SI). Este método ha sido implementado en diversos países del mundo, demostrando resultados exitosos; su diseño ha permitido a los estudiantes construir conceptos matemáticos, moviéndose entre representaciones concretas, gráficas y simbólicas, donde los conceptos abstractos son representados mediante signos. Así pues, esta representación parte de la experiencia



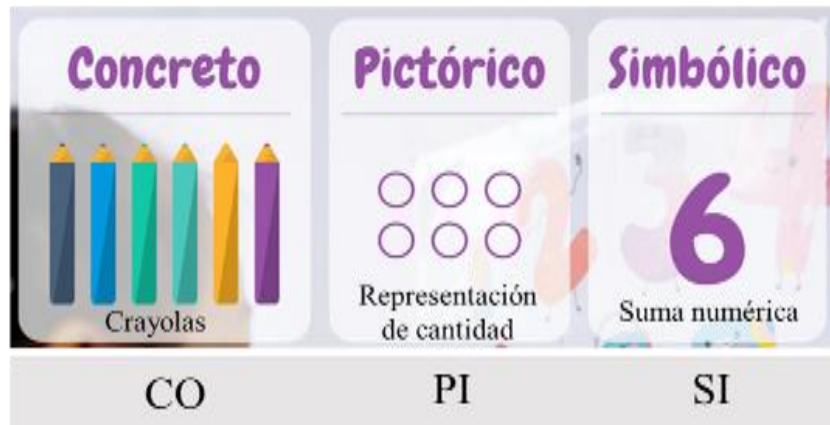
e interacciones específicas con elementos determinados, la misma, a partir de lo simbólico se fija en la medida en que lo concreto se simboliza a través de íconos, mejor dicho, imágenes y representaciones pictóricas (Yean Ban Har, s.f.).

Dicho de otro modo, la manipulación de materiales concretos y sus representaciones gráficas utilizando esquemas simples, permite a los estudiantes formar imágenes mentales antes de pasar a representaciones más abstractas. En palabras de Andrada y Bernabeu (2022), la metodología COPISI consiste en una transición de lo concreto a lo abstracto. Este enfoque comienza con el uso de materiales específicos como las imágenes gráficas, avanza con la comprensión y el progreso y finaliza con el pensamiento abstracto o simbólico.

En consecuencia, dicho método implica aprender la transformación de diferentes representaciones, que es uno de lo fundamental para comprender las estructuras aditivas, desde la unión de dos conjuntos de elementos concretos hasta el proceso aritmético formal utilizando números escritos. Propone Andrada y Bernabeu (2022) que, una forma de aplicar el método COPISI es la contextualización para desarrollar el aprendizaje adaptándose al entorno. En este tipo de aprendizaje los estudiantes resuelven situaciones de tareas, brindando posibles soluciones al problema, donde él mismo verificará si es acertado o no. Así mismo, se requiere del docente, las formulaciones problémicas con cierta complejidad y hacer las respectivas adaptaciones a los conocimientos que se quieren alcanzar.

**Figura 4**

*Representación gráfica del método COPISI*



*Nota:* a partir de Yean Bam Har (s.f.).

**1.4.3.1.1. Componentes presentes en la metodología COPISI para la resolución de problemas lógicos matemáticos.**, considerando que el desarrollo del aprendizaje es un proceso gradual donde intervienen elementos biopsico-social de cada educando es importante mencionar uno de los conocimientos o áreas del saber curricular como es el lenguaje, es decir la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático. Es claro que, si el alumno no puede llevar a cabo la traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático, menos podrá llegar al modelo matemático que representa el problema, es decir, la traducción es una de las habilidades básicas en el proceso de resolución de problemas. En la práctica docente refiere Almouloud (2015), que muchos estudiantes se lanzan a efectuar operaciones y aplicar formulas sin reflexionar siquiera un instante sobre lo que se les pide. En los problemas matemáticos, se debe llevar a cabo la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático, puesto que la información y las relaciones se encuentran en un sistema semiótico diferente a aquel en el que se resuelve el problema.

Por lo consiguiente, Leal y Bong (2015), distingue cuatro fases de trabajo para la resolución de problemas al utilizar la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático: Primero, se tiene que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, se debe captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. Esto es fundamental ya que surge el interrogante ¿Se puede resolver un problema de matemáticas si no se es capaz de comprender su enunciado?

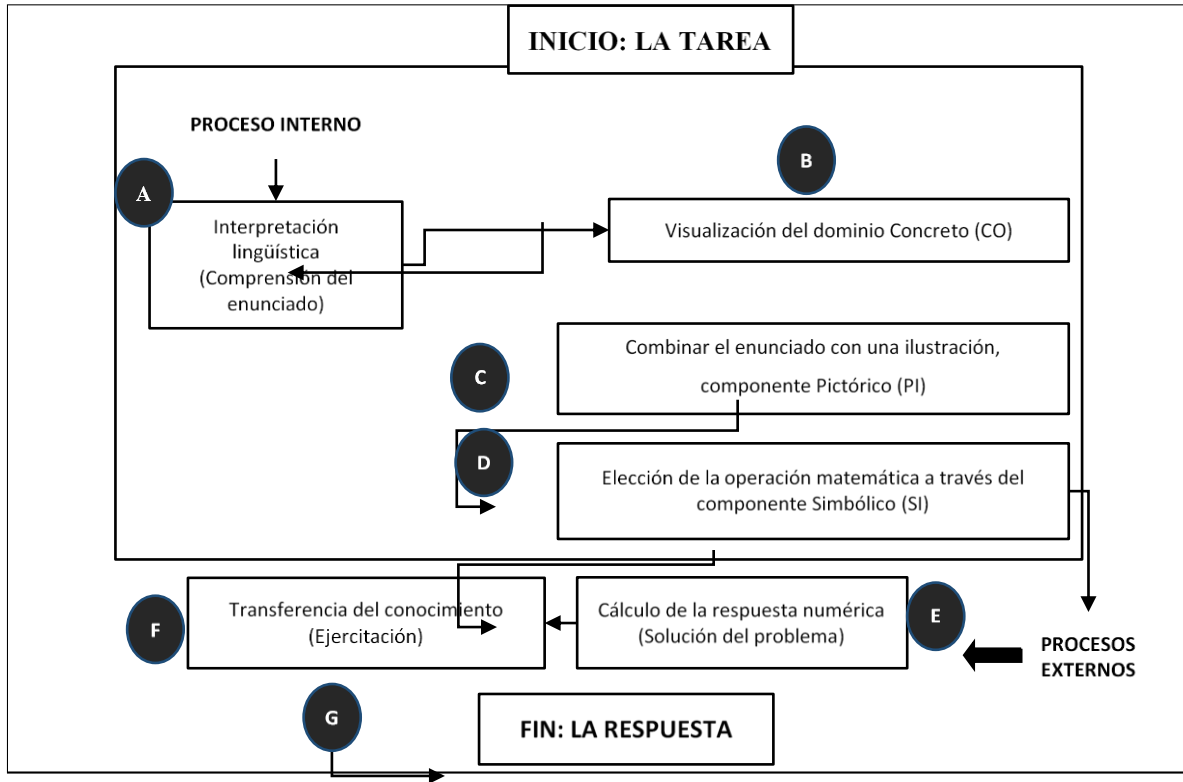
Evidentemente, los problemas matemáticos son, en general, problemas de aplicación, lo que hace que aparezcan enunciados en contextos variados Ortega (2022), existe una dificultad moderada para identificar si un problema es considerado matemático. Al considerar una situación problemática contextualizada en otros campos del saber y del conocimiento Para definir un problema matemático se debe tener como principal característica que los datos deben ser cantidades exactas que expresen un valor cuantitativo real, para entender un poco más sobre la resolución de problemas matemáticos además de disponer de varias operaciones aritméticas.

Continuando con el desarrollo de estos contenidos, se exponen los aspectos relevantes del método COPISI, en el cual según Patiño et al. (2021) al hablar de problemas matemáticos

intervienen: un enunciado, un planteamiento, y una solución, esto implica un proceso de búsqueda de una solución que para encontrarla se necesita plantear un problema. En efecto, a continuación, la representación gráfica del método COPISI.

**Figura 5**

*Aspectos relevantes del método COPISI, en el proceso de resolución de un problema matemático*



*Fuente:* A partir de Patiño et al. (2021).

A continuación, se expone una breve descripción del proceso de resolución de un problema matemático a partir de la metodología COPISI. La función principal de los problemas es producir un aprendizaje significativo, entonces no es solo introducir un tipo de problemas en el diseño curricular escolar de matemáticas para practicar lo aprendido en clase, la resolución de problemas permite iniciar la producción de conocimiento y aplicarlo en contextos nuevos que sean problemas nuevos donde el alumno no se sienta familiarizado para verificar la transferencia de conocimiento. “La atención es para el proceso, no para los conocimientos. El conocimiento que se valora por su

significación no es el conocimiento transmitido, sino el conocimiento producido por el que está en situación de aprender” (Nava, 2017, p.7).

**1.4.3.1.2. Interpretación lingüística (comprensión del enunciado).** En este paso se considera el propósito del enunciado, donde resulta de capital importancia la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático, lo primero a la hora de estar frente a un enunciado es tener claro el para qué, leer es, por tanto, en cierto sentido, actuar. Se trata de un proceso que cobra funcionalidad dentro de un complejo sistema que enlaza objetivos e intenciones, lectura y escritura de la situación en un contexto dado, y de las relaciones que se dan entre ellos, por eso que el lenguaje común tenga claro su función para que sirva al lenguaje matemático, el estudiante necesita leer el enunciado de un problema matemático y conocer su objetivo para efectiva resolución. Así, la función práctica de la lectura y la organización del enunciado resultan claves en un enfoque integral para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas con fracciones.

Ahora bien, del lenguaje común al lenguaje matemático, en este punto la lectura comprensiva en si es un motor o una fuerza que debe conducir a dar paso a la evaluación, el pensamiento crítico, el discernimiento, el desarrollo de la imaginación y a la aplicación del conocimiento abstracto a las operaciones formales de aprendizaje. Pasar del lenguaje común al lenguaje matemático no es más que la realización y culminación de un acto previo en todo proceso de las operaciones básicas matemáticas que requiera de la interacción docente – estudiante a fin de crear, aprender, aplicar y obtener una respuesta.

Se debe considerar entonces los conocimientos previos de los estudiantes que según Ausubel (1999) referido a la importancia de activar lo que existe en el pensamiento o en la estructura cognitiva del estudiante, significa, además, recordar, evocar, relacionar, los contenidos de un enunciado matemático con lo que ya se sabe. De aquí que todo proceso donde intervenga el lenguaje matemático requiera una ejercitación constante de lenguaje común y su relación con sus experiencias, vinculando los saberes propios con el enunciado, en el caso concreto de las matemáticas familiarizar con temas cotidianos o problemas reales de la vida diaria.

De acuerdo a lo anterior, son variadas las estrategias pedagógicas disponibles para los docentes en las cuales debe potenciar lenguaje común comprensivo y crítico en función del lenguaje

matemático como por ejemplo: Poner énfasis en la comprensión de las reglas y enunciados con signos o símbolos esto requiere profundizar en el conocimiento de reglas matemáticas, entre otros casos, apoyarse en métodos o metodologías que faciliten el seguimiento de los procedimientos en la resolución de problemas y una serie de actividades estimulantes para la atención, concentración y desarrollo de fórmulas matemáticas.

**1.4.3.1.3. Visualización del dominio Concreto (CO)**, por tanto, un problema es un planteamiento que no tiene una solución establecida. El problema, además, tiene que ser una cuestión interesante, que induzca las ganas de solucionarla, una tarea a la que se esté dispuesto a dedicarle tiempo y esfuerzo. La etapa de operaciones concretas se caracteriza por el empleo de algunas comparaciones lógicas para responder al estímulo y ya no son influidos únicamente por la apariencia. Sin embargo, no maneja abstracciones y está marcada por una disminución gradual del pensamiento egocéntrico.

La palabra concreto significa, según Cámac et al. (2023), la presencia material de un objeto en el plano físico, en las operaciones lógico matemáticas, particularmente son imágenes directamente vinculadas a la realidad en oposición a lo abstracto, y en relación con las operaciones lógicas para la resolución de problemas en los estudiantes, básicamente presenta las siguientes características:

- Los estudiantes están ligados aún a sus experiencias o conocimientos previos necesitando manipular objetos para ayudar a su proceso de comprensión, pueden clasificar objetos basados en relación de volumen, peso, forma, etc.
- Los estudiantes cada vez pueden pensar en objetos físicamente ausente apoyado en imágenes de sus experiencias pasadas.
- Frente a un enunciado pueden formar jerarquía y entender la inclusión de objetos en los distintos niveles de esa estructura que le permite hacer comparaciones, de igual o diferente y secuencias numéricas.
- Los estudiantes tienen la capacidad de usar mapas que le permiten manejar los conceptos de relaciones espaciales, de igual manera establecer el concepto del tiempo y sus variaciones.

- Capacidad para ver la relación entre el todo que, a una unidad y sus partes, esto aplica en el estudio de operaciones matemáticas con números fraccionarios.
- Capacidad de ordenar los objetos en progresión lógica por colores y tamaños.

**1.4.3.1.4. Combinar el enunciado con una ilustración, componente pictórico (PI)**, este componente hace referencia a representar cantidades, operaciones básicas y resolver problemas desde un plano ilustrativo, es decir luego de una experiencia concreta el estudiante puede relacionar a través de una imagen un enunciado dado, según Ávila y Solares (2014), se refieren a representaciones que incluyen tablas, gráficos, diagramas, dibujos, fotografías e incluso ecuaciones matemáticas que permiten extender una idea o pensamiento de acuerdo a su significado en una referencia visual gráfica.

Ahora bien, los estudiantes tiene dificultades para “comprender fórmulas matemáticas o enunciados de problemas complejos, por lo cual el uso de representaciones externas tipo pictóricas que se componen de signos, incorporados en un lenguaje matemático, facilitan la comprensión e interpretación del enunciado, así mismo, para Lieben y Downs (1992, como se citó en Maeyoshimoto et al., 2016 ), una representación gráfica es algo compuesto de marcas (puntos, líneas, sombras, colores), sobre una superficie bidimensional de manera tal que la combinación del mundo representante con las reglas de representación es capaz de promover la realización de una tarea cognitiva que permita inferir un significado, a partir de las propiedades de su disposición espacial en la superficie (tamaño, forma, densidad, y distribución).

De acuerdo a lo anterior, los contenidos de tipo pictóricos pueden clasificarse según función en: Figuras de evocación, utilizadas para hacer referencia a un signo, símbolo, u operación ya conocida, imágenes de definición se utilizan para establecer el significado de un término nuevo en un contexto teórico disciplinar. De Aplicación: contribuye a aclarar la definición a partir de ejemplos en los que se aplique el concepto con fórmulas o símbolos específicos.

**1.4.3.1.5. Elección de la operación matemática a través del componente simbólico (SI)**, se refiere al proceso mental mediante el cual el estudiante ya es capaz de identificar los significados vinculados con el material concreto presentado o con los referentes que traducen una experiencia

concreta y pictórica en las operaciones lógico matemáticas. Esta capacidad permite identificar, operar y relacionar objetos y situaciones., con base a la necesidad de interiorizar conocimientos matemáticos, en ese sentido, surge en este nivel de la metodología COPISI el razonamiento lógico el cual, es una habilidad que tienen los seres humanos para aplicar procesos de abstracción a números o cantidades y posteriormente para realizar una serie de operaciones que brindan solución a una discrepancia entre una situación real y una situación deseada.

Según Jaramillo y Puga (2016), el pensamiento lógico aporta una especie de estantería para ordenar las grandes masas de información y datos a los que está expuesto el educando, y fortalece la atención y la memoria, la lógica matemática es aquella que opera utilizando un lenguaje simbólico artificial y realizando una abstracción de los contenidos. Asimismo, cabe destacar que el nivel de desarrollo madurativo y cognitivo de cada alumno, a través de este método hace posible la transición entre las operaciones concretas a las abstractas, sobre todo en este componente simbólico en el que los estudiantes buscan dentro de su estructura cognitiva las relaciones, representaciones mentales, aprendizajes significativos para llegar a la solución del problema matemático planteado.

En relación con lo anterior, los conceptos básicos de cantidad o cuantificadores que hacen referencia a aquellas formas que el estudiante identifica de manera previa al número y pueden servir para aproximar (mucho/poco, nada/todo, etc.), para establecer comparaciones (más que, menos que, etc.). En esta categoría también se pueden incluir aquellas expresiones que indican acciones relacionadas con cantidades como añadir, agrupar, quitar, repartir, juntar, comprender conceptos básicos espacio-temporales: constituyen expresiones verbales referidas a la organización espacial y temporal, que constituyen una de las bases fundamentales para la adquisición del concepto numérico y para la comprensión de las operaciones aritméticas en este componente simbólico de la metodología COPISI.

**1.4.3.1.6. Cálculo de la respuesta numérica (solución del problema)**, durante este paso de adquisición de conceptos y habilidades básicas los estudiantes piensan en los números de manera no verbal; y gradualmente sus conocimientos les podrán permitir o son capaces de resolver

problemas aditivos sencillos cuando todavía no conocen el algoritmo, poco a poco empiezan a usar sus habilidades para el conteo y aprenden a operar con números y, por último, asimilan las representaciones simbólicas lo cual, le permite pensar en diversas opciones como alternativas de respuestas en la solución del problema.

Para que el aprendizaje del estudiante sea más significativo se debe generar en ellos hábitos de práctica y repaso, que consiste, que no solo que se queden con lo que el maestro les enseña, si no que sean curiosos y vallan mucho más allá, para que creen nuevos procesos para desarrollar cada problema de lógica matemática y así lograr estudiantes más autónomos capaces de reflexionar, analizar y comprender cada proceso con mayor facilidad y también se deben tener en cuenta los estilos de aprendizaje para que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea exitoso.

**1.4.3.1.7. Transferencia del conocimiento (Ejercitación)**, comprender el hecho educativo como un entramado complejo también permite entender el refuerzo educativo desde esta compleja diversidad. Las estrategias pedagógicas de fijación que pueden ser tareas dirigidas a despertar la atención en nuevos problemas matemáticos, la transferencia de lo aprendido para cada estudiante depende de la diversidad cognitiva que van desarrollando en cada espacio educativo, su capacidad de retención del conocimiento, hace pensar que cada estudiante utiliza su propio método o formas particulares de buscar respuestas a cada situación presentada.

Ahora bien, el refuerzo pedagógico, como una medida de intervención ante el fracaso escolar en la resolución de problemas lógicos matemáticos, empuja la consecución de las competencias básicas en el nivel educativo referencia, todo desarrollo de una lección, pasa por una lógica de introducción, explicación y asimilación del conocimiento, en donde se debe garantizar un buen aprendizaje; si el aprendizaje no es asimilado por el estudiante, deberán emprenderse acciones de refuerzo educativo en donde se focalice en las áreas académicas de mayor debilidad.

En cuanto a lo antes planteado se insiste los aportes de Vygotsky sobre la zona de desarrollo próximo en el trabajo de equipo para la ejercitación o refuerzo, siguiendo las tareas de apoyo asignadas durante los refuerzos escolares, tomando en cuenta despertar la empatía del estudiante por la búsqueda del conocimiento nuevo, en el caso de los docentes deben procurar que la

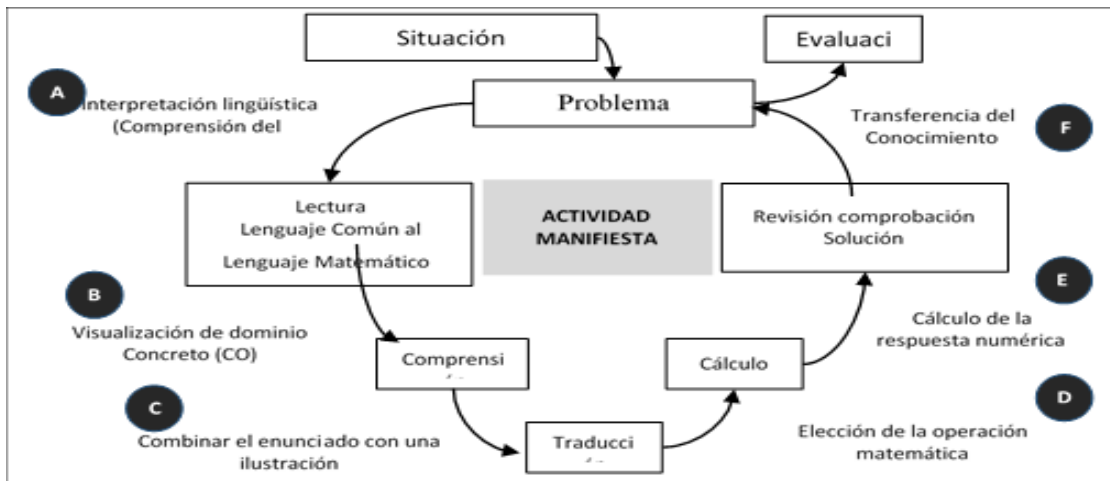


estructura metodológica COPISI genere una interacción social ente los estudiantes en cada clase que coadyuve a esta etapa del refuerzo educativo, sea de fácil comprensión para el estudiantado a manera de que los resultados visibles o los problemas resueltos satisfactoriamente sean el surgimiento de mayor motivación en el aprendizaje de esta asignatura, desarrollando hábitos de estudio, haciendo énfasis en mostrar materiales pedagógicos de forma organizada que no distraigan la concentración del estudiante y promuevan una participación activa por parte del alumno.

**1.4.3.1.8. Fin: La Respuesta**, el estudiante al resolver un problema lo puede solucionar siguiendo patrones previamente establecidos y respetando un orden propuesto. Pero en un problema aritmético la centralidad está en el análisis de procesos y aspectos cognitivos para la producción del nuevo conocimiento. A este respecto Patiño et al. (2021) la respuesta tiene lugar cuando se da una solución en los siguientes términos: a) cuando en una situación difieren dos elementos y se da respuesta a la situación que se considera la ideal, b) cuando hay una oposición de la realidad y los resultados dan respuestas precisas. A continuación, se grafica la relación entre los componentes del método COPISI y las actividades paso a paso para la resolución de un problema matemático.

**Figura 6**

*Esquema que ilustra la relación entre componentes COPISI y el paso a paso en la resolución de problemas matemáticos.*



Fuente: Patiño et al. (2021)

El proceso para resolverlos está basado en la lógica y en donde implica la utilización de técnicas o herramientas establecidas adecuadamente para determinar un resultado satisfactorio o solución. Según Paenza (2005), los problemas matemáticos comprenden el estudio de los números, cantidades y las relaciones que existen entre cantidades de los cuales matemáticamente tienen una respuesta.

Así, la metodología COPISI, tiene como norte seguir el proceso CPS (Concreto, Pictórico y Simbólico), los estudiantes tienen más de una oportunidad de desarrollar habilidades de resolver problemas y manipular expresiones matemáticas y aprenderla significativamente ya que son planteadas en orden creciente. Así, los resultados incidirán en un impacto positivo COPISI para el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en estudiantes del octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira.

***1.4.3.1.9. Aplicación de método COPISI en la resolución de problemas lógicos matemáticos.***

La Matemática es una de las áreas fundamentales que forma parte del currículo en los primeros años de la escolaridad, de todos los países del mundo ya que la misma proporciona herramientas para adquirir conocimientos de las otras áreas y desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida, su aprendizaje se despierta desde los primeros años de crecimiento y formación comprendida primera desde el hogar primero y luego la escuela conjuntamente con el lenguaje van conformando los primeros conceptos en la estructura cognitiva de los educandos.

En ese sentido, cuando ya se incorpora a un proceso formal de enseñanza- aprendizaje a través del currículo, los docentes comienzan a incorporar problemas o ejercicios que paulatinamente desarrollan el pensamiento, es decir, el estudiante cuando comienza su escolaridad trae, como lo señala Pérez y Ramírez (2011), un bagaje de "conocimientos matemáticos informales" (p. 10), los cuales constituyen un puente para adentrarse en la Matemática formal que comenzará a aprender en la escuela, sin embargo cada vez se hace más frecuente y necesario las talleres pedagógicos que constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además facilitar la transferencia para situaciones cotidianas, puesto que permite al educando enfrentarse a realidades y problemas que deberá resolver.

De acuerdo a lo anterior, se vislumbran así, las estrategias didácticas como aquellas que constituyen, según Orellana (2017), la secuencia de actividades planificadas y organizadas sistemáticamente, permitiendo la construcción de un conocimiento teniendo en cuenta el contexto real de los estudiantes, sus intereses, fortalezas y debilidades. Por lo tanto, es necesario que el docente se forme y actualice con respecto a los fundamentos teóricos – metodológicos propias de la resolución de problemas y cómo facilitan su enseñanza con el fin de plantearles enunciados que realmente posean las características de un problema, que les invite a razonar, a crear, descubrir para poder llegar a su solución.

Se requiere entonces del profesional de la educación, una reflexión seria sobre la pedagogía no sólo porque el olvido de sus teorías y principios, sus particularidades metodológicas y modos de operar ha desembocado en la improvisación y el facilismo educativo, sino porque en el saber-hacer proceso de enseñanza-aprendizaje están implícitas las claves de la profesión docente, donde el rol principal lo tiene el estudiante, como ente activo que debe pensar, deducir, contrastar y buscar las soluciones adecuadas, dependiendo de la situación de aprendizaje en la cual es sumergido; el aprender es un esfuerzo personal en un contexto del mundo real y práctico. En este sentido la tendencia es aceptar que el estudiante debe ser un participante activo en el desarrollo de su propio conocimiento. Cobran importancia las estrategias didácticas, definidas por Hernández et al. (2015) como:

Los procedimientos, métodos, actividades por los cuales el docente y los estudiantes, organizan las acciones conscientes para lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa: a) estrategias pre-instruccionales, b) co-instruccionales y c) pos-instruccionales. (p. 222)

**1.4.3.2. Modos de pensamientos según la didáctica matemática.** La didáctica de la matemática en esta investigación corresponde a su vez, con los modos de pensamiento propuestos por Sierpinska (2000, como se citó en Calderón y Quiroz, 2018), quien argumenta que los mismos proveen de elementos que describen cómo entienden los estudiantes los objetos matemáticos desde la teoría cognitiva, en un intento de desarrollar fracciones de objetos matemáticos y sus

aplicaciones. Estas formas de pensar permiten describir e interpretar los enfoques "Geométricos, Analíticos y Estructurales", es importante notar que al referirse a modos de pensamiento se alude a una comprensión de un concepto matemático que requiere un significado para el estudiante.

En este sentido, la autora identifica tres modos de pensamiento que implican maneras de análisis diferentes, clasificándolos de la siguiente forma: el Sintético – Geométrico (SG) que relaciona con el pensamiento práctico y el Analítico – Aritmético (AA) y Analítico – Estructural (AE), que se relacionan con el pensamiento teórico. A continuación, se describen cada uno de ellos relacionados con el objeto matemático las fracciones y sus usos.

**1.4.3.2.1. Pensamiento Sintético-Geométrico (SG)**, permite que los objetos matemáticos se puedan analizar desde una representación geométrica, una figura, un conjunto de puntos, resaltando que en este es fundamental la visualización (Cifuentes, 2011), significa que el estudiante tiene su primer acercamiento al objeto matemático y al concepto de fracción a través de una percepción visual concreta y de construcción, sin hacer mención a magnitudes cuando permite la transformación mediante la representación gráfica del mismo, siendo posibles mediante la interacción de tres procesos: visualización, construcción y razonamiento (Duval, 1998, como se citó en Cifuentes, 2011).

**1.4.3.2.2. Pensamiento Analítico-Aritmético (AA)**, los objetos matemáticos se manifiestan por medio de relaciones numéricas, la recta numérica se puede visualizar como un objeto matemático que en su interior reviste unas magnitudes inconmensurables que se pueden representar con relaciones numéricas (Parraguez, 2012). De este modo, se pueden interpretar el objeto matemático, en este modo de pensar el estudiante no solo ve la fracción como un transformador de un gráfico en cuanto a la modificación del tamaño de su área sino también como un operador con los números naturales, los decimales y puede hacer una representación en la recta numérica.

**1.4.3.2.3. Analítico-Estructural (AE)**, se manifiesta en la interpretación por medio de propiedades y axiomas en los sistemas matemáticos que contienen los objetos (Cifuentes, 2011), es un modo de pensar más avanzado donde se exigen otras relaciones, buscando generalizar elementos que ya se habían considerado en los modos SG y AA, el estudiante vincula el concepto con sus propiedades, las razones y las proporciones, además de la interacción con lo cotidiano y

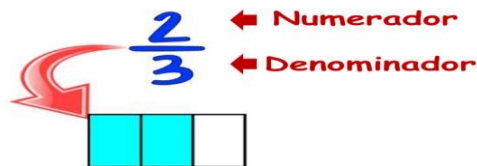
establece relaciones entre otros conceptos, generando un campo de conocimiento, estableciendo la definición del sistema de números racionales, los cuales cumplen con las siguientes condiciones como estructura matemática: tener un conjunto de números, unas operaciones y cumplir con unas propiedades al interior del sistema, por ser un cuerpo cumple con la operación suma con su inverso aditivo y multiplicación con su inverso multiplicativo.

Es importante resaltar la principal diferencia entre los modos Sintético y Analítico, desde el Modo Sintético, la mente puede acceder directamente a los objetos para describirlos, el estudiante tiene su primer acercamiento al objeto matemático a través de una percepción visual, en el Modo Analítico se presentan de manera indirecta una caracterización al reconocer y ver la fracción no sólo como un partidor (término implementado escolarmente como fraccionador de los objetos físicos), sino también como un operador con los números naturales y los decimales, y caracteriza el modo de pensamiento Analítico Estructural al vincular las razones y las proporciones con sus propiedades, en interacción con lo cotidiano para genera un campo de conocimiento (Sierpiska, 2000, como se citó en Parraguez, 2012).

**1.4.3.3. Las fracciones.** Una fracción es una representación numérica de una parte de un número entero, consiste en una parte igual de un número entero. Así mismo, en matemáticas, una parte también puede ser una determinada parte de un conjunto de componentes (Arenas y Rodríguez, 2021). Una fracción representa el número de partes seleccionadas de una unidad dividida en partes iguales, con una separación lineal de fracción (González, s.f.). De igual manera, las fracciones están expresadas en términos, tales como el numerador y denominador, donde el primero es el número de partes que comprende la unidad y el denominador, las partes en que se ha dividido la unidad (González, s.f.). Tal como se visualiza en la siguiente figura:

**Figura 7**

*Representación gráfica de una fracción*

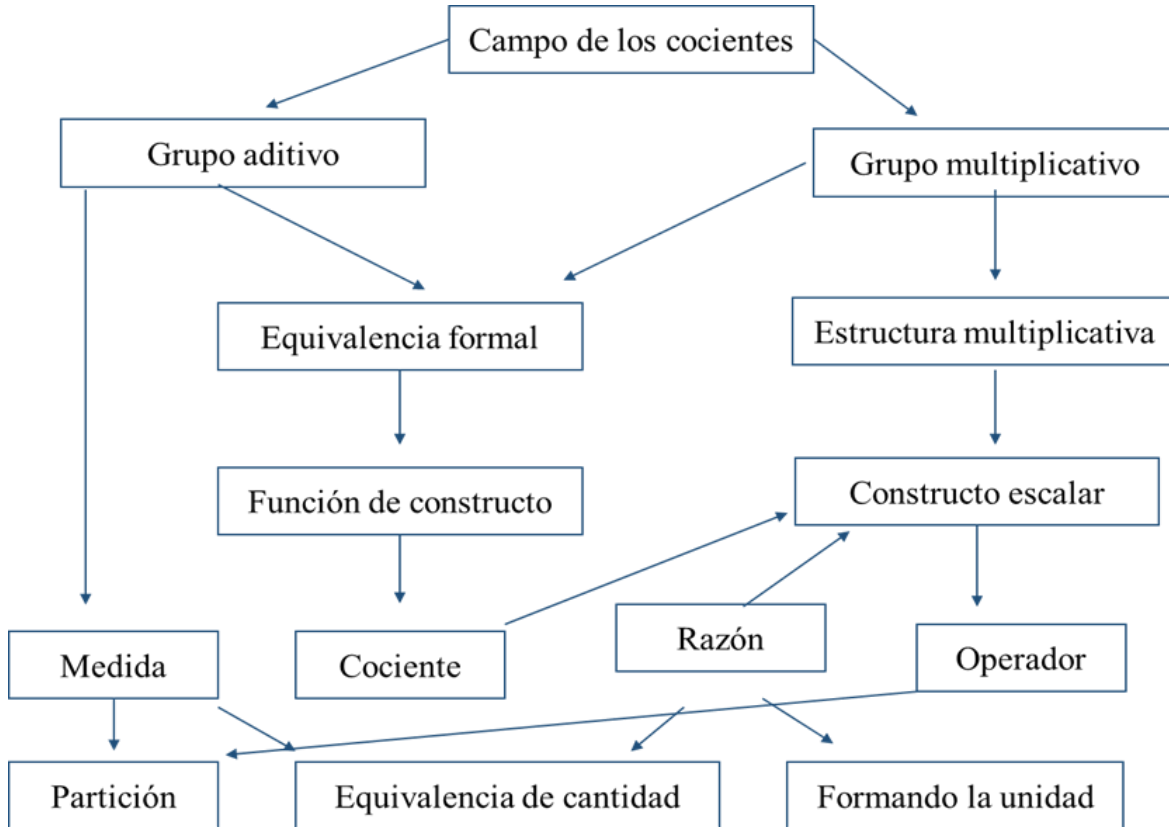


*Fuente:* Google imágenes.

De acuerdo a lo sostenidos por Kieren (1993, como se citó en Butto, 2013), el amplio conocimiento de los números racionales trae consigo, no sólo la comprensión de cada idea sino, además, cómo es la relación entre sí, por lo cual es de importancia la obtención de información correcta de las variables intervinientes en proceso de construcción del conocimiento de fracciones. En consonancia con lo expresado por el citado autor, aprender sólo puede verse a partir de las ideas: “constructo: como la acción en la que el sujeto aprehende del mundo un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por sub-constructos de los cuales logra reconocer cuatro: relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida” (Butto, 2013, p. 37).

**Figura 8**

*Esquema de conocimiento de número racional*



*Fuente:* Kieren (1976, como se citó en Butto, 2013).

**1.4.3.3.1. Clasificación de las fracciones.** Las fracciones pueden clasificarse de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador, así pues, se clasifican en propias, impropias o iguales a la unidad. En relación a las propias, se refiere a las fracciones representadas por un

numerador menor que la unidad o denominador; Las impropias se caracterizan porque el numerador es mayor o igual al denominador; mientras que las mixtas están comprendidas por un número entero y una fracción propia (Del Amo, s.f.).

**Figura 9**

*Clasificación de las fracciones*



Fuente: Google imágenes.

**1.4.3.4. Tipos de Estrategias Pedagógicas.** En este aparte de la investigación Hernández et al. (2015), indican que todo docente debe disponer de estrategias de enseñanza que les permita a los estudiantes una mejor comprensión de los contenidos impartidos, es tarea del docente cuál elegir y por qué. Al respecto el precitado autor expone tres estrategias pedagógicas: pre-instruccional, Co-instruccional y Post-instruccional, decisivas para avanzar en aspectos como el tipo de estudiante con el que se trabaja, así como la materia que se aborda y el contexto en el que se hace. Una adecuada estrategia de enseñanza no garantiza el éxito inmediato, pero permite sentar las bases para un aprendizaje a medio y largo plazo, pues enseña al estudiante cómo aprender. A continuación, se explican cada uno de ellas:

**1.4.3.4.1. Estrategia Pedagógica Pre-Instruccional**, son aquellas que tienen por finalidad facilitar el inicio de las actividades del grupo, a los efectos de que los miembros que conforman dicho grupo se presenten de una manera formal o informal, y romper con el hielo que los puede inhibir en ese momento de los procesos de iniciación del grupo. Hernández et al. (2015), explican que las estrategias de inicio o Pre-instruccionales ayudan a construir un panorama global de la situación de aprendizaje, ante la cual el educando usa sus conocimientos de manera esquematizada para establecer analogías y construir suposiciones basadas en experiencias previas.

Ahora bien estas estrategias de inicio tienen el propósito de romper ese primer momento de silencio o distracción del estudiante, buscando la empatía, la preparación a la clase y sobre todo los conocimientos previos o lo que ya saben los alumnos sobre el contenido nuevo que se va a desarrollar, esto puede ser a partir, de un saludo caluroso, bienvenida, una canción, oración, o anécdota, las estrategias pre-instruccionales, por lo general, preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimientos y experiencias previas pertinentes) y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias pre-instruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo.

Así mismo, estas brindan una serie de ventajas dentro de las cuales se destacan: Preparan al estudiante en relación con el qué y cómo van a aprender. Inciden en la activación o la generación de conocimientos y experiencias previas pertinentes. Ubican en el contexto conceptual apropiado para que generen expectativas adecuadas. Para Díaz y Hernández (2010), entre estas estrategias se cuenta con: la técnica de la pregunta, los resúmenes, los objetivos, los organizadores previos, con los cuales el docente puede explorar y darse cuenta cuánto saben los alumnos acerca de un tema y si éste le interesa, de allí surgirán otras inquietudes.

**1.4.3.4.2. Estrategia Pedagógica Co-Instruccional**, al referirse los autores a este tipo de estrategias coinciden en el desarrollo del contenido de la clase, hacen referencia a aquellas utilizadas para sensibilizar, integrar, cohesionar al grupo, conocerse a sí mismo y demás compañeros de grupo; presentar, discutir, analizar temas o contenidos de alguna asignatura, mejorar y desarrollar habilidades para la comunicación, las relaciones interpersonales y liderar en un grupo. Al respecto, exponen Hernández et al. (2015) que las estrategias de desarrollo les



permiten a todos y cada uno de los docentes inducir al educando de manera paulatina al procesamiento de los nuevos conocimientos.

En este sentido, el conocimiento aprendido se vuelve aplicable a otros contextos, por lo tanto, hay mayor oportunidad para reflexionar sobre la situación, el material y los nuevos conocimientos. En esta etapa se habla de estrategias organizativas y/o colaborativas, tales como: mapas conceptuales, redes semánticas, resolución de problemas, entre otras. A juicio de Díaz y Hernández (2010), las estrategias Co instruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza o de la lectura del texto de enseñanza. Cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación.

No obstante, es este tipo de momento instruccional cuando se realiza la mayor cantidad de explicación por parte del docente, y es necesario cuidar de no caer en teorías, exposiciones largas sin ser comprendidas ni participar los alumnos con sus dudas e inquietudes, además, se utiliza mucho pedirle a los alumnos que ellos expongan temas donde a los demás compañeras no le permiten intervenir, y no hay vivencias ni preguntas, es por esto que en este momento de la clase la participación pertinente de los estudiantes es crucial pero planificada y organizada con aportes o ejercitación de problemas donde ellos propongan ideas o actividades.

**1.4.3.4.3. Estrategia Pedagógica Post-Instructional.** Son aquellas formas técnicas y metodológicas que implican o contienen elementos de evaluación afectiva y cognitiva. La mayoría de las estrategias de cierre, están centradas en la visión de la globalización y del logro de aprendizajes permanentes; esto implica, que es un tanto difícil establecer actividades concretas, ya que el conocimiento sólo puede ser aprehendido en términos de interacción con el entorno, a través de una metodología interactiva.

Para Hernández et al. (2015), las estrategias de cierre favorecen la adquisición de conocimientos que comenzaron a ser elaborados en esquemas o mapas cognitivos en la fase anterior, de esta manera llegan a estar más integrados y a funcionar con mayor autonomía. El aprendizaje que ocurre

a través de las estrategias de cierre probablemente consiste en ampliación de los esquemas mentales preexistentes, a partir de la información ya procesada y la aparición progresiva de interrelaciones de alto nivel en atención a los conocimientos alcanzados. Al respecto, refiere Díaz y Hernández, (2010), que se trata de una práctica muy difundida en todos los niveles educativos, es el empleo de resúmenes del material que se habrá de aprender. No debe olvidarse que, como estrategia de enseñanza, el resumen será elaborado por el profesor o el diseñador de textos, para luego proporcionárselo al estudiante.

Entre todas las herramientas cognitivas, los autores antes citados como Piaget, Ausubel y Vygotsky destacan especialmente el cuidado de los materiales dinámicos y actualizados, realizar enunciados en el área de matemáticas interesantes, ya que atribuían especial importancia a la palabra como representación de significado, en su doble constitución: objetiva, en su significado socialmente compartido y, subjetivo, portadora de las significaciones personales de cada individuo.

Vygotsky (1993), en el dominio de las palabras mostró especial interés por el desarrollo conceptual, distinguiendo dos tipos de conceptos: los conceptos espontáneos y conceptos científicos o académicos. Mientras que los primeros se adquieren en la experiencia cotidiana, los conceptos científicos, al ser de segundo orden, requieren para su aprendizaje de una enseñanza sistemática, como la que se desarrolla en el contexto escolar.

#### ***1.4.4. Marco contextual***

El presente estudio se realiza en la Institución Educativa El Carmelo, está ubicado en el departamento de La Guajira, específicamente en el Municipio de San Juan del Cesar al Sur del departamento.

**Figura 10**

*Ubicación geográfica de la Institución Educativa El Carmelo San Juan del Cesar – La Guajira*



Fuente: Google mapas.

La Institución Educativa El Carmelo San Juan del Cesar – La Guajira, de carácter público, sector oficial urbano, la cual tiene una jornada única con los niveles educativos: Preescolar - Básica (Primaria – Secundaria) y Media Académica reconocimiento oficial: Resolución 234 del 30 noviembre de 2000.

**Figura 11**

*Institución Educativa El Carmelo*



Fuente: Google imágenes.

Su misión es “Somos una Institución Educativa formadora de seres humanos competentes académicamente, capaces de adquirir nuevos conocimientos, a través de la investigación crítica, reflexiva, respetuosos, responsables tolerantes y solidarios que buscan solución a los problemas de su localidad, de su región y de su país” Entre sus objetivos educativos están:

Proporcionar a los estudiantes, padres de familia, profesores y demás miembros de la Comunidad Educativa, criterios y pautas de comportamiento que permitan la convivencia pacífica en un ambiente de libertad, donde se respeten los derechos y se cumplan los deberes como miembros responsables de dicha comunidad. Así como, colaborar con el proceso de formación brindado por la Institución, como instrumento que guía la reflexión y las relaciones tanto a nivel de personas como en el medio, fundamentadas en principios, valores sociales y morales.

#### ***1.4.5. Marco legal***

Esta investigación resalta y considera los fundamentos legales establecidos en la normativa vigente que rige la educación en Colombia, especialmente en el nivel de bachillerato octavo grado en la Institución Educativa El Carmelo, estas bases legales desde luego representan la filosofía y directriz del instituto en su gestión académica, directiva, administrativa y social, proyectando en la comunidad el fiel cumplimiento a los valores ciudadanos y el respeto a los derechos, deberes y garantías educativas en el marco de la ley, entre estos lineamientos están:

- **Constitución Política de Colombia (1991)**, se asignan responsabilidades a la educación en cuanto a la formación para la paz y la convivencia, Artículo 5, establece los fines de la educación, plantea la formación en el respeto a la vida y a los demás derechos humanos a la paz a los principios democráticos de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad, así como en el ejercicio de la tolerancia y la libertad. Se puede señalar que la educación no ajena a la realidad de los demás sistemas sociales.

Más allá de lograr una trasmisión efectiva de conocimiento se requiere, que ésta avance y favorezca la formación de las personas en habilidades (lenguaje) y pensamientos (matemáticas) que le permitan concebir nuevos paradigmas, desempeñarse efectivamente en sociedad y hasta su

entorno. Conforme a lo expuesto, la escuela como ambiente formal de educación cumple un papel fundamental de socialización, conduciendo inexorablemente a pensar la función de la educación y la escuela misma (Sacristán, 2016).

En relación a las políticas y lineamientos del Sistema Educativo colombiano. En el ordenamiento jurídico colombiano mediante la Ley General de Educación, 115 de 1994, señala cinco aspectos de la educación como son:

a) La formación de los valores fundamentales para la convivencia en una sociedad democrática, participativa y pluralista

b) El fomento del deseo de saber, de la iniciativa personal frente al conocimiento y frente a la realidad social, así como del espíritu crítico

c) El desarrollo de las habilidades comunicativas básicas para leer, comprender, escribir, escuchar, hablar y expresarse correctamente en lengua castellana y también en la lengua materna, en el caso de los grupos étnicos con tradición lingüística propia, así como el fomento de la afición por la lectura.

d) El desarrollo de la capacidad para apreciar y utilizar la lengua como medio de expresión estética

e) El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos.

Así mismo, una visión nueva de la educación capaz de hacer realidad las posibilidades intelectuales, espirituales, afectivas, éticas y estéticas de los colombianos, que garantice el progreso de su condición humana, que promueva un nuevo tipo de hombre consciente y capaz de ejercer el derecho al desarrollo justo y equitativo, que interactúe en convivencia con sus semejantes y con el mundo y que participe activamente en la preservación de los recursos. En este contexto, el Ministerio de Educación Nacional (MEN), entrega a los educadores y a las comunidades educativas del país la serie de documentos titulada "Lineamientos Curriculares", en cumplimiento del artículo 78 de la Ley 115 de 1994, a los cuales el docente deberá atender:

- **Lineamientos curriculares del área de matemáticas.** Son las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares definidas por el MEN que con el apoyo de la comunidad académica educativa fundamentan el proceso de planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su Artículo 23, incluida allí las matemáticas. El currículo de educación, da una gran importancia a las matemáticas, donde se encuentra dentro de los objetivos generales uno que habla directamente de las matemáticas y otro de manera indirecta iniciarse en las habilidades lógico-matemáticas y en la lectoescritura.

Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas aquí propuestos toman como punto de partida los avances logrados en la renovación curricular, uno de los cuales es la socialización de un diálogo acerca del enfoque de sistemas y el papel que juega su conocimiento en la didáctica. El enfoque de estos lineamientos está orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana.

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista. De acuerdo con esta visión global (MEN, 1999), se proponen tres grandes aspectos: a) Procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, b) Conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas, c) El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.

- **Estándares Básicos.** Los estándares básicos de competencias en matemáticas emitido por el Ministerio de Educación Nacional, en el año 2006, establecen la obligatoriedad de los establecimientos de educación del país que ofrecen educación básica y media, a como referentes para la elaboración de los planes de estudios, la planeación de clases y el desarrollo de las actividades escolares relacionadas con la enseñanza específica del área. Según el MEN (2006):

Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa

una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media. (p. 11)

El sentido de la expresión ser matemáticamente competente está íntimamente relacionado con los fines de la educación matemática de todos los niveles educativos y con la adopción de un modelo epistemológico sobre las propias matemáticas. La adopción de un modelo epistemológico coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas.

Las matemáticas son un proceso acumulado y reorganizado de todas las actividades de las comunidades de profesionales de la educación matemática, dichos resultados se configuran como un cuerpo de conocimientos ligados y se evidencian en cada uno de los postulados, axiomas y teoremas entre otros. Gracias a lo anterior se puede presuponer los siguientes aspectos: a) La práctica, que expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno, y contribuye a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano, b) La formal, constituida por los sistemas matemáticos y sus justificaciones, la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación (MEN, 2006, p. 56).

- **Derechos básicos de aprendizaje (DBA).** Una herramienta dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar, de primero a once, y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Se estructuran guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Estos permiten establecer las rutas de aprendizaje, articulado a los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales materializados en los planes de área y de aula.

De acuerdo con los Derechos Básicos de Aprendizaje, para el octavo grado en el área de matemáticas, los estudiantes han de aprender en este grado lo siguiente: a) Interpreta los números enteros y racionales (en su representación de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc.

Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos), b) Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.

- **Didáctica en el ejercicio de la enseñanza de la matemática.** Las matemáticas como construcción social, siendo un instrumento y no una herramienta en la vida del estudiante, es lo que debe movilizar al docente en busca de atender a las necesidades de sus educandos, siendo esta la importancia del proceso didáctico. Así la enseñanza de la matemática y la educación en general deben alejarse de los típicos métodos de enseñanza tradicional, que caracterizaron el sistema educativo efectivo de otros contextos sociales y económicos, superando las visiones reduccionistas que frustran la motivación e innovación en las prácticas pedagógicas.

El trabajo que implica desarrollar la Ley General de Educación incluye la conceptualización de los logros curriculares y de sus indicadores también en el área de matemáticas. Todos los esfuerzos individuales y grupales que puedan hacerse en este sentido deben ser socializados y discutidos ampliamente con el propósito de aprovecharlos en toda su riqueza de modo que se vayan consolidando procedimientos que faciliten un trabajo sistemático, serio y útil para los docentes y estudiantes.

Desde hace unos veinte años se han venido creando y desarrollando sociedades de matemáticas, y diversas sociedades departamentales que entre sus propósitos incluyen el de ofrecer espacios de estudio y debate de diversos aspectos curriculares como contenidos, metodologías, evaluación y formación de educadores. Son muchos los educadores colombianos que han ampliado su formación y enriquecido su visión de la educación acerca de las ciencias matemáticas. En ellos tiene el país un grupo de apoyo importante para lograr la transformación del currículo de esta área del conocimiento.

#### ***1.4.6. Marco ético***

Un principio fundamental en este tipo de investigación, inmerso en la Resolución 8430 de 1993, señala que “el bienestar del individuo debe prevalecer sobre los intereses de la ciencia y de la



sociedad” (p.6). En este sentido, es fundamental que las investigadoras adopten en el transcurso del proceso investigativo una conducta prudente y responsable que considere prioritaria la protección de los derechos y el bienestar de los individuos que participan del estudio. Para lograr este propósito, el Comité de Ética en Investigación con Seres Humanos, establece lineamientos dentro de un marco ético que norman las investigaciones, así como evaluar y dictaminar sobre los proyectos presentados.

La tarea prioritaria para evitar el riesgo en relación a la investigación educativa, está expresado en la probabilidad de que ocurra un daño durante el desarrollo de este estudio (UNESCO, 2005). Desde el punto de vista ético, una medida de protección a los participantes puede resultar incompatible con la legalidad, para subsanar cualquier riesgo que pudiera afectar la investigación, las investigadoras y a la institución educativa; es contar con el consentimiento informado de los padres. Percibido de esta manera, el riesgo/beneficio en la investigación educativa puede clasificarse en riesgo mínimo en función de los participantes o sujetos informantes de la investigación y los beneficios potenciales para los individuos y los conocimientos ganados para la sociedad deben sobrepasar dicho riesgo. De allí, que la ética en la investigación exige que la práctica de la ciencia se realice conforme a principios éticos que aseguren el avance del conocimiento, la comprensión y mejora de la condición humana y el progreso de la sociedad.

Volviendo la mirada al consentimiento informado como el documento en que se plasma un proceso fundamental en toda investigación científica con humanos. Durante este proceso, se informa apropiadamente al sujeto acerca de los posibles riesgos y beneficios personales, así como de la relevancia científica de la investigación. El Comité de Ética en Investigación con Seres Humanos, recomienda: Las investigadoras deben ponerse en contacto personal con los sujetos informantes y sus representantes para hacerle saber de manera accesible, amigable, honesta y amplia, los objetivos, métodos y posibles riesgos, así como de los beneficios de la investigación asegurándose que las han comprendido.

Posterior a ello, se les presentó la carta de consentimiento informado, la cual debe estar escrita en un lenguaje sencillo y accesible todos sus elementos (título del proyecto de investigación,

identificación de las investigadoras y de la institución objeto de estudio, resumen protocolar, propósito, tipo metodología, riesgos potenciales, posibles beneficios, manejo de la información del estudio sin tecnicismos excesivos, entre otros. Si los participantes deciden participar el proceso investigativo firmaran la carta, así como también las investigadoras responsables.

En efecto, ese documento representa una revisión exhaustiva y completa acerca de los criterios éticos a ser empleados en la investigación con seres humanos, particularmente cuando se combina la atención del docente y del estudiante (participantes) con la investigación. Significa que la participación en esta investigación es completamente libre y voluntaria y cualquier participante podrá retirarse de ella en el momento que así lo desee, asimismo, se declara que los mismos, no recibirán beneficio personal de ninguna naturaleza por la participación en este proyecto, ni retribución económica alguna, su desarrollo y contenido es netamente académico.

Al respecto, la Educación Matemática como discurso, propone las finalidades éticas como expresiones de valor de la ciencia formal y aspiraciones de dignificación humana. El docente es convocado, a través de los tiempos, a gestar en el proceso vital de las personas las condiciones de su sujeción a los fines sociales, mediante un proceso al que se le ha denominado educación, que señala los límites éticos-políticos a su propia práctica profesional.

1. La implementación de nuevas estrategias innovadoras de planificación educativa que incluyan los estilos, canales y ambientes de aprendizaje, el desarrollo paulatino de la inteligencia lógico matemática; tanto en la enseñanza como en las evaluaciones de los aprendizajes.

2. Una pedagogía integral orientada a promover el aprendizaje centrado en el estudiante, desde el paradigma humanista que privilegia al ser humano ante todo y a la formación integral de éste. La enseñanza de la matemática, mediante una pedagogía integral, hace que los educadores entiendan la educación de la sensibilidad, de los sentimientos, de la imaginación, del entendimiento y la razón (Sesento, 2021).

3. La pedagogía integral propende por formar profesionales de manera integral donde convergen la epistemología, la pedagogía, la matemática y otras ciencias, la ética, la estética y la política, así

como también la historia y filosofía de matemática. Y no solamente un docente formado en pedagogía, didáctica y matemática, como tradicionalmente se tiene en la mayoría de los currículos.

## **1.5. Metodología**

Este cuerpo del trabajo es realmente interesante ya que comprende una serie de contenidos relacionados con la ruta metodológica a seguir en el desarrollo de la investigación según Bisquerra (2014). El marco metodológico está referido al conjunto de procedimientos lógicos, técnicos, operacionales, implícitos en todo proceso de investigación, con el objeto de ponerlos de manifiesto y sistematizarlos; a propósito de permitir descubrir y analizar las categorías del estudio y de interpretar los datos recogidos para llegar a los resultados y aportes de la investigación. Ahora bien, consta de una serie de aspectos tales como, el paradigma, enfoque, método, unidades de análisis, estrategias de selección de la información y matriz de categorías.

### ***1.5.1. Paradigma de investigación***

El paradigma significa para el investigador un marco que le facilita comprender fenómenos reales, le proporcionan orientación para la resolución de problemas, ofreciéndole técnicas adecuadas y una teoría del conocimiento coherente en soluciones estándar para resolver situaciones nuevas. Así mismo, representa la acumulación de conocimientos que sustentan la comprensión de ciertos fenómenos y permite abordar sus anomalías, y para la comunidad científica representa las creencias, técnicas y valores que permiten resolver problemas y proponer soluciones (Beltrán y Ortiz, 2021).

Así mismo, Marín (2007) expresó que un paradigma representa la acumulación de conocimientos que sustentan la comprensión de ciertos fenómenos y permite abordar sus anomalías, y para la comunidad científica representa las creencias, técnicas y valores que permiten resolver problemas y proponer soluciones. De la opinión anterior se hace eco Alvarado y García (2008) quienes sostienen que los paradigmas se consolidan en esquemas o modelos que combinan creencias, reglas, supuestos y procedimientos con los que el investigador va a realizar el estudio científico. Entonces un paradigma es una manera de representar el conocimiento o un modelo que

valida una manera de percibir la realidad, lo que significa un lenguaje y una determinada manera de apreciar las cosas.

De acuerdo con lo expuesto, este estudio se inserta en el paradigma sociocrítico, en consonancia con lo dicho por La Torre (2005), pues, considera que la teoría crítica surge del análisis de los acontecimientos que se suscitan en los grupos sociales y de la investigación participativa, cuyo propósito es responder de esta forma a los estímulos creados por el ámbito social y contar con la participación de sujetos en la solución de los problemas abiertos y así promover la transformación social.

Estas ideas se complementan con el aporte de Ricoy (2005), quien aporta que el paradigma sociocrítico incluye una visión democrática del conocimiento, tomando en cuenta la participación de los actores sociales en la investigación, pues, son individuos motivados hacia la búsqueda del bien de todos. De igual manera, la planificación y producción del trabajo indagatorio debe ser realista, considerando desde el inicio el ámbito en el que, efectivamente, se desenvuelve profesionalmente, indicando a la vez las responsabilidades y cambios que realmente se requiere, en ese sentido, existe una conexión ineludible entre la suposición y la práctica.

### ***1.5.2. Enfoque de investigación***

Para este estudio se seleccionó el enfoque cualitativo, definido por Mata (2019) como aquella que supone una realidad subjetiva y dinámica que consta de múltiples contextos, en tanto que los métodos priorizan un análisis profundo y reflexivo de los significados subjetivos e intersubjetivos que conforman la realidad investigada. Agrega Abarca et al. (2013) que los datos cualitativos tienen un valor epistemológico similar al de los datos cuantitativos y se obtienen utilizando métodos rigurosos.

Resulta aquí interesante, citar a Denzin y Lincoln (2015) quienes afirman que cualquier definición “opera dentro de un campo histórico complejo” puesto que “significa diferentes cosas en cada uno de esos momentos” (p. 46). Agrega, además, que, considera que la investigación

cualitativa desarrolla una identidad propia, incluso, las múltiples. Así que este método se basa en el acercamiento al mundo exterior desde una perspectiva interna a través del discernimiento, pormenorización e interpretación de los fenómenos sociales (Denzin y Lincoln, 2015).

La realización de investigaciones utilizando métodos cualitativos implica el uso de diversas técnicas que servirán de apoyo para la recolección de datos que constituyen el material empírico. También significa que los investigadores están preparados para operar en el entorno natural en el que se lleva a cabo el estudio. Esta idea es avalada por Denzin y Lincoln (2015) al señalar que se trata de una actividad situacional que sitúa al observador en el mundo, en un intento de comprender o explicar los fenómenos por el significado que las personas le atribuyen.

Fundamentando esta posibilidad en las ideas de Bisquerra (2014), cuyas fuentes de datos primarias incluyen interacciones entre individuos, con el propósito de comprender e interpretar lo que sucede en estas situaciones interaccionales, para el autor, este enfoque enfatiza tomar la perspectiva de los participantes en el proceso de interacción educativa y trata de construir una interpretación profunda de casos específicos desde lo histórico cultural.

### ***1.5.3. Tipo de investigación***

Partiendo de que las investigadoras intentan cambiar la práctica docente para acercarla a la realidad y a las necesidades e intereses de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira, optaron por el tipo de investigación propuesta por Restrepo (2004), pues como señaló el autor, en el “hacer empírico el maestro pasa a un hacer reflexivo, a una práctica reflexiva, que le permite remontar la rutina repetitiva, para objetivar su práctica por escrito, con miras a continuar reflexionándola y transformándola en la misma acción” (p. 48). Kurt Lewin, defensor de esta metodología, descubrió sus tres etapas y las mantuvo en varios modelos de investigación-acción. Por tanto, el autor cree que en dicha investigación se pone más énfasis en la transformación de prácticas sociales que en la generación o descubrimiento de nuevos conocimientos.

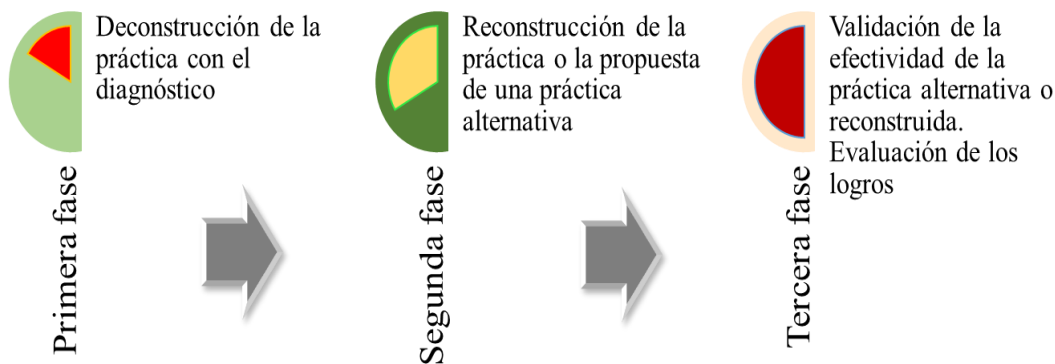
Para Restrepo (2004) la Investigación Acción Pedagógica (IAP) se desarrolla en tres fases. Siendo que, tal como a continuación, se cita:

En la fase de deconstrucción de la práctica, es un proceso que trasciende la misma crítica, que va más allá de un autoexamen de la práctica, para entrar en diálogos más amplios, con componentes que explican la razón de ser de las tensiones que la práctica enfrenta. La deconstrucción de la práctica debe terminar en un conocimiento profundo y una comprensión absoluta de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas y debilidades, es decir, en un saber pedagógico que explica dicha práctica. Es el punto indispensable para avanzar hacia una reconstrucción promisorio de la práctica, en la que se dé una transformación. La segunda fase es la reconstrucción de la práctica o la propuesta de una práctica alternativa más efectiva. La segunda fase de la investigación-acción educativa es la reconstrucción de la práctica con la ejecución de la propuesta de una práctica alternativa más efectiva. Y la tercera fase tiene que ver con la validación de la efectividad de la práctica alternativa o reconstruida, es decir, con la constatación de su capacidad práctica, para lograr bien los propósitos de la educación. (p.52)

Así pues, la IAP intenta construir una nueva relación entre docentes y estudiantes, convirtiendo a los primeros, no sólo en evaluadores de todo, sino también en pedagogos que cuestionen su propia práctica, y en definitiva convirtiendo a los educandos en auténticos socios en el aprendizaje de conocimientos, logrando así enriquecer su práctica.

**Figura 12**

*Ciclos de la Investigación Acción Pedagógica*



*Nota:* Tomado a partir de los ciclos de Investigación Acción Pedagógica propuestos por Restrepo (2004).

#### ***1.5.4. Unidad de análisis y unidad de trabajo***

Toda investigación debe definir con claridad la unidad de análisis y la unidad de trabajo, siguiendo los criterios de inclusión seleccionados por el investigador. Siguiendo esta línea, Hernández et al. (2014) sostienen que "la unidad de análisis se refiere al conjunto de todos los casos que cumplen con ciertas especificaciones; representa la totalidad de partes, mediciones u observaciones en el universo de la investigación" (p. 271). Dicho de otro modo, la unidad de análisis se refiere al tipo de objeto de investigación determinado por el investigados, por tanto, constituye la población total que participa en el escenario investigativo. En relación a la unidad de análisis el universo de estudio estuvo integrado por los 137 estudiantes que conforman el grado octavo de la Institución Educativa El Carmelo del municipio de San Juan del Cesar-Guajira considerados como informantes claves.

En cuanto a la unidad de trabajo, a partir de las dificultades que poseen los estudiantes en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones, la unidad de trabajo, siguiendo las ideas de Piñero y Rivera (2013), la conforman los sujetos que ofrecen al investigador ubicar la información. De igual manera, Calderón (2016) lo refiere como el tipo de elemento social al que se aplica el atributo. Esta unidad está situada en el tiempo y espacio, define la población de referencia del estudio y, por tanto, es una unidad de observación preseleccionada que el observador reconoce en el lugar durante la contemplación, y por tanto se refiere a la más simple. Se trata de una manera más accesible pero rigurosa de seleccionar a los participantes adecuadamente para dirigir los mensajes observando el proceso de implementación de las estrategias planificadas en el contexto de la enseñanza de la IAP.

Así pues, desde esta concepción, la unidad de análisis la conformó treinta y siete (37) estudiantes del octavo grado en edades comprendidas entre 13 y 14 años, de ahí que 17 son de sexo masculino y 15 femeninas. Bajo el criterio de selección que en dicho grado es donde están matriculados en su mayoría los que presentan deficiencias en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones.

**Tabla 2**

*Unidad de análisis y unidad de trabajo*

Unidad de análisis	137 estudiantes
Unidad de trabajo	19 estudiantes

*Fuente:* Institución Educativa El Carmelo.

### ***1.5.5. Técnicas e instrumentos de recolección de información***

Toda investigación requiere de una elección adecuada del tema de investigación, un buen enfoque para la resolución de problemas y una variedad de técnicas e instrumentos para analizar la información posteriormente de manera segura (Rodríguez, 2022).

**1.5.5.1. Las técnicas de investigación.** Cualquier investigación necesita recopilar datos y es un paso crucial para obtener resultados positivos. Todo investigador debe comprender cómo recopilar datos de manera adecuada y qué métodos usar. La recopilación de datos se considera un requisito previo para la obtención de conocimiento científico, por lo que el propósito de las herramientas de recopilación de datos es crear condiciones para abstraer información sensorial del mundo real y permitir que los sentidos respondan al objetivo (WEBSCOLAR, 2010).

**1.5.5.1.1. La técnica de observación.** Cualquier investigación necesita recopilar datos y es un paso crucial para obtener resultados positivos. Todo investigador debe comprender cómo recopilar datos de manera adecuada y qué métodos usar. La recopilación de datos se considera un requisito previo para la obtención de conocimiento científico, por lo que el propósito de las herramientas de recopilación de datos es crear condiciones para abstraer información sensorial del mundo real y permitir que los sentidos respondan al objetivo (WEBESCOLAR, 2010).

En palabras de Castellanos (2017), la técnica de observación es un método que tiene cierta información necesaria para la investigación mediante la observación de personas, fenómenos, hechos, casos objetos, comportamientos, situaciones, entre otros. Para Corbeta (2007), es la técnica más común para recopilar información en la investigación etnográfica; su uso pretende comprender el comportamiento cotidiano de individuos o grupos a través de un registro descriptivo analizado, de una realidad social concreta que requiere una reconciliación entre el observador y lo observado.



### **1.5.5.2. Instrumentos de investigación.**

**1.5.5.2.1. Prueba escrita.** Es un instrumento de medición que se le aplica a la población estudiantil que cuenta con el apoyo de la adecuación curricular significativa (Ministerio de Educación de Costa Rica, 2023). con el propósito de diagnosticar en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira la situación actual en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones

**1.5.5.2.2. Diario de campo.** Es una herramienta de investigación que contiene toda la información recopilada en el campo durante la investigación, este instrumento ayuda a los investigadores a comprender el entorno físico y social de un sistema determinado, por tanto, debe usarse para describir “quién, qué, por qué, dónde, cuándo y cómo de un evento, actividad o proceso que desea responder como parte de su pregunta de investigación” (Ortega, s.f, párr. 5). De esa manera, el diario de campo se convierte en una valiosa fuente de información, ya que proporciona la realidad observada en la aplicación de cada plan de acción de aprendizaje.

En cuanto al diario de campo, fue empleado para en cada una de las sesiones programadas para el desarrollo de la metodología COPISI, y sirvió para interpretar las reflexiones docentes el cual según, Porlán y Martín (2010) es un registro de elementos que ponen de manifiesto los aspectos del aprendizaje y del crecimiento personal del estudiante y profesional del docente a lo largo de un período de tiempo. Incluye la narración de los momentos vividos en relación con el objeto del conocimiento y las reflexiones que de ella se derivan. Puede incluir notas, dibujos, bocetos o esquemas y avances de trabajos, correcciones, versiones preliminares de proyectos relativos al curso, entre otros. Sirve de base al docente para probar nuevas estrategias de enseñanza y evaluación, adaptarse a ellas y dominarlas.

En este contexto y considerando la línea de investigación en la que se encuentra inscrito este proyecto, el diario de campo, es un documento escrito en el que el docente narra lo que ha sucedido en el aula, relata impresiones que le produce, reflexiona sobre la realidad escolar, considerando aspectos relevantes en la convivencia, sus expresiones, actitudes, participaciones, socialización, en fin, todos aquellas situaciones del aula que se presentan en el momento de la implementación de la secuencia didáctica, específicamente de los instrumentos.

**1.5.5.2.3. Rúbrica.** Una rúbrica es una herramienta de evaluación, y en ocasiones, de puntuación que permite evaluar cada competencia en detalles, por tanto, se considera ideal para aplicarla en el caso de las competencias ya que permite descomponer tareas desde lo complejo a lo simple de manera progresiva y práctica que se asignan (Román, 2019). De igual forma, García et al. (2017) expresaron que dicho instrumento tiene como ventajas, mejorar la imparcialidad de la evaluación, garantizar la validez del desempeño de los educandos, para el caso de utilizarla en múltiples cursos, proporciona una dimensión común con el fin de medir qué tan bien están logrando sus objetivos.

A partir de estas definiciones, tomando en cuenta, además, las diversas rúbricas propuestas de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (2019), se construyó una rúbrica que permitió evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.

**Tabla 3**

*Matriz de categorías*

<b>Matriz de categorías</b>				
<b>Objetivo General</b>				
Fortalecer el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo de grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira				
<b>Objetivos específicos</b>	<b>Categoría</b>	<b>Subcategoría</b>	<b>Fuente de Información</b>	<b>Técnicas e instrumentos</b>
Diagnosticar la situación actual de los estudiantes de octavo grado en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en la Institución Educativa El Carmelo del	Operaciones básicas con fracciones	Las fracciones Clasificación de las fracciones	Estudiantes	Técnica: La observación Instrumento: Guía de observación

---

municipio de San Juan del Cesar, Guajira.

---

Diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.	Metodología a COPISI	Componentes del método COPISI Interpretación lingüística Visualización del dominio concreto (CO) Componente pictórico (PI) Componente simbólico (SI)	Estudiantes	Técnica: La observación Instrumento: Diario de campo
--	----------------------	--	-------------	---

---

Implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira.	Aplicación del Método COPISI	Modo de pensamiento Analítico-Aritmético (AA-CO) Modo de pensamiento Sintético-Geométrico (SG-PI) Material Pictórico Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI)	Estudiantes	Técnica: La observación Instrumento: Diario de campo
--	------------------------------	---	-------------	---

---

---

Evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira	Estudiantes	Técnica: La observación Instrumento: La rúbrica
--	-------------	---

---

## **2. Presentación de resultados**

La presentación de los resultados de la investigación es una parte importante de cualquier estudio, pues, consiste en herramientas representaciones que permiten compartir el conocimiento adquirido luego de realizar métodos investigativos, con el fin de responder a supuestos y métodos establecidos (Hurtado, 2012). En este orden de ideas, en este inciso se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos de recolección de información en los estudiantes del grado octavo, los cuales fueron analizados para seguidamente, muestran los hallazgos.

### **2.1. Procesamiento de la información**

Los resultados del estudio, fueron analizados en consonancia con los objetivos de investigación, los participantes y la situación actual que presentan en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones, para posteriormente, sistematizar y analizar la información. Así que, mediante las fases de la IAP, propuestos por Restrepo (2004), en cuanto a la primera fase: *Deconstrucción de la práctica con el diagnóstico en correspondencia con el objetivo, diagnosticar la situación actual de los estudiantes de octavo grado en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira*, se aplicó una rúbrica a 19 estudiantes del octavo grado, que constituyeron la unidad de trabajo, en atención a la categoría: operaciones básicas con fracciones, subcategorías; las fracciones y clasificación de las fracciones.

Conocida la realidad estudiantil con respecto al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones, se abordó la segunda fase, dirigida a la reconstrucción de la práctica o la propuesta de una práctica alternativa, esta fase comprende dos objetivos, en el primero, *diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira*, bajo la categoría: Metodología COPISI y las subcategorías: componentes del método COPISI, visualización del dominio concreto (CO), componente pictórico (PI), componente simbólico (SI).

Con respecto al segundo objetivo de la fase, se pretendió *implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira*, con la categoría: aplicación del Método COPISI y la subcategoría: Modo de Pensamiento Analítico-Aritmético (AA-CO), Modo de Pensamiento Sintético-Geométrico (SG-PI) Material Pictórico, Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI). Como instrumento se utilizó el diario de campo. (Anexos F, G, H, I, J)

Para la tercera fase, denominada validación de la efectividad de la práctica alternativa o reconstruida. Evaluación de los logros, en atención al objetivo *evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira*, para lo cual se aplicó a los estudiantes una prueba escrita que facilitó conocer los logros de la aplicación de la metodología COPISI y una encuesta de satisfacción con respecto al método implementado.

## **2.2. Análisis e interpretación de resultados**

### ***2.2.1. Diagnosticar la situación actual de los estudiantes de octavo grado en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en la Institución Educativa El Carmelo del municipio de San Juan del Cesar, Guajira***

Para llevar a cabo el objetivo señalado, se aplicó a los 19 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa El Carmelo, una rúbrica que recogió la situación actual de dichos educandos en cuanto al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones. Resultados que fueron analizados y a continuación se comparten:

Es necesario indicar que, en la rúbrica aplicada se señalaron como niveles de desempeño: Excelente, Bueno, Regular, Por mejorar. En la Tabla 3, se describen los resultados:

**Tabla 4**

*Resultados del diagnóstico de los estudiantes de octavo grado*

<b>Categoría: Operaciones básicas con fracciones</b>	
<b>Subcategoría: Las fracciones</b>	
<b>Criterios de evaluación</b>	<b>Resultados</b>
Conceptos de fracciones	<p>Al examinar los resultados, derivados de la información recogida en la rúbrica, en lo que respecta al criterio concepto de fracciones, se evidenció que: 6 estudiantes comprendieron algunos conceptos de matemáticas y los aplicaron para resolver correctamente más de la mitad de los ejercicios; mientras que 13 de ellos no lograron comprender en su totalidad los conceptos básicos de matemáticas por lo que no pudieron aplicarlos para resolver correctamente los ejercicios.</p> <p>Vale destacar que, al comprender el concepto de fracciones, facilita la representación de cantidades no enteras, entendidas como partes de un todo. Así mismo, estas se emplean para expresar proporciones y resolver problemas de división.</p>
Representación gráfica de fracciones	<p>En cuanto al criterio representación gráfica de fracciones, sólo 5 estudiantes identificaron algunas representaciones gráficas de fracciones; 14 no lo lograron</p> <p>La representación gráfica de fracciones es fundamental para comprender conceptos matemáticos y visualizar de manera clara las partes de un todo. La notación simbólica es esencial para comunicar fracciones de manera precisa.</p>
Identificación gráfica de las partes de una fracción	<p>En el criterio identificación gráfica de las partes de una fracción se evidenció que 5 discentes identificaron algunas de las partes; en tanto que, a 14 se les dificultó identificar las partes que comprende una fracción</p>

---

Conocer la representación gráfica de las fracciones es esencial para comprender su significado y utilizarlas de manera efectiva permite a los estudiantes visualizar cómo se sitúan en el contexto de los demás números. Contribuyendo así a un entendimiento profundo de su valor numérico y su utilidad en situaciones cotidianas.

---

Subcategoría: clasificación de las fracciones

---

Clasificación de fracciones de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador

En cuanto a la clasificación de fracciones de acuerdo a la relación de sus partes, se constató que únicamente 5 estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño Regular, puesto que lograron resolver algunos de los ejercicios formulados y el restante (14 discentes) se ubicaron en el nivel Por mejorar, por tanto, no lograron hacer las respectivas clasificaciones, lo que demuestra que presentan falencias para identificar la relación que existe entre el numerador y su denominador.

Para trabajar con fracciones, es importante entender conceptos como el numerador, es decir, las partes que se tiene y el denominador, referido a las partes en que se ha dividido el todo. De igual manera se visualizó que al momento de resolver los ejercicios planteados, presentaron confusión con el numerador y denominador.

---

Aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana

En relación a aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana, se observó que 4 estudiantes, en el nivel de desempeño Regular, apenas comprenden algunas aplicaciones de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana, y la mayoría (15 estudiantes) ubicados en el nivel de desempeño Por mejorar, ya que presentaron dificultad para comprender su aplicación.

Lo que demuestra que, se les dificulta comprender que una fracción representa una parte de un todo y que puede expresarse como un número racional.

---



---

Resolución de problemas involucrando las operaciones básicas	de las	Al explorar los resultados para el criterio resolución de problemas involucrando las operaciones básicas, quedó demostrado que solamente 4 estudiante, en el nivel de desempeño, Regular, comprendieron algunos problemas involucrando las operaciones básicas matemáticas. A 15 discentes se les dificultó resolver los problemas donde debió involucrar las operaciones básicas matemáticas, por lo cual, su nivel de desempeño fue, Por mejorar.
--	--------	---

---

En el análisis de los hallazgos del diagnóstico a los estudiantes de octavo grado, se confirmó que la situación actual en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones son las siguientes: en la categoría operaciones básicas con fracciones, comprendida por los criterios de evaluación, conceptos de fracciones, representación gráfica de fracciones e identificación gráfica de las partes de una fracción, se constató que en los tres criterios se ubicaron en el nivel de desempeño por mejorar, porque presentan dificultad para comprender los conceptos básicos matemático, por tanto, no los aplican en la resolución de ejercicios; tampoco lograron identificar las representaciones gráficas de fracción, ni las partes que la comprenden.

En la subcategoría clasificación de las fracciones, comprendida por los criterios de evaluación, clasificación de fracciones de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador, aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana y resolución de problemas involucrando las operaciones básicas, se observó que en los tres criterios evaluados, se posicionaron en el nivel de desempeño Por mejorar, lo que indica que carecen de habilidades que les permita identificar la relación que existe entre el numerador y denominador en las fracciones; igual sucede con la comprensión en cuanto a su aplicación en situaciones de la vida cotidiana, lo que demuestra que presentan deficiencias en las operaciones básicas puesto que, en su mayoría se ubicaron, según la rúbrica aplicada, en el nivel de desempeño Por mejorar.

**Tabla 5**

*Triangulación de resultados del diagnóstico*

<b>Acción-Logros</b>	<b>Teóricos</b>	<b>Reflexiones del investigador</b>
<p>Al examinar los resultados expresados en la rúbrica con la finalidad de conocer las realidades que presentan los estudiantes del octavo grado de la Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira, respecto a la subcategoría fracciones, en el criterio concepto de fracciones se constató que se les dificulta: el aprendizaje de conceptos de fracciones ya que se encuentran en su mayoría, en el nivel de desempeño Por mejorar, pues, de los 19 observados, 13 no lograron comprender en su totalidad los conceptos básicos de matemáticas por lo que no pudieron hacer las respectivas aplicaciones en la resolución correcta de los ejercicios presentados.</p> <p>De igual forma, en relación al criterio representación gráfica de fracciones, de los 19</p>	<p>Los resultados del diagnóstico de los estudiantes del octavo grado, difieren de las ideas de Así mismo, son opuesto a lo señalado por Kieren (1993, como se citó en Butto, 2013) ya que expresa que, el amplio conocimiento de los números racionales permite comprender no solo cada idea, sino también cómo se relacionan entre sí, por lo que es crucial obtener información adecuada de las variables involucradas en el proceso de construcción del conocimiento de fracciones.</p> <p>Así mismo, según Butto (2013) basado en las ideas de Kieren (1993) dijo que los personas solo pueden aprender a partir de conceptos: La acción en la que el sujeto aprehende el mundo como un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por sub-</p>	<p>Al conocer la realidad que presentan los estudiantes, condujo a las investigadoras a adentrarse a la búsqueda de alternativas de solución para transformarla, así que guiadas por una serie de interrogantes y revisiones de teorías fueron fortaleciendo sus conocimientos y a partir de ahí, se plantearon como norte, ¿cómo se puede fortalecer el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira?</p> <p>Con el fin de responder a la misma, apoyadas en las propuestas de autores que han indagado sobre la temática optaron por la metodología COPISI y emprendieron el diseño de secuencias didácticas basadas en la</p>

---

estudiantes examinados, 14 constructos, de los cuales metodología COPISI para el discentes alcanzaron el nivel logra reconocer cuatro, se fortalecimiento de de desempeño más bajo (Por conoce como constructo. operaciones básicas con mejorar, porque se les impidió relaciones entre partes y todo, fracciones en estudiantes de identificar las cociente, razón, operador y octavo grado de la Institución representaciones gráficas de medida. Educativa El Carmelo en el fracciones municipio de San Juan del Cesar-Guajira.

Lo mismo sucedió en el Para Arenas y Rodríguez, criterio identificación gráfica (2021) una fracción es una de las partes de una fracción representación numérica de puesto que de la totalidad de una parte de un número entero, los observados (19), 14 consiste en una parte igual de estudiantes estuvieron en el un número entero. Así mismo, nivel más bajo. Lo que en matemáticas, una parte demuestra que carecen de también puede ser una habilidades en las operaciones determinada parte de un básicas con fracciones. conjunto de componentes.

En lo que respecta a la Agrega Del Amo (s.f.) que las subcategoría clasificación de fracciones pueden clasificarse las fracciones, para el criterio de acuerdo a la relación entre clasificación de fracciones de el numerador y su acuerdo a la relación entre el denominador. Se clasifican en: numerador y su denominador, propias, impropias o iguales a de los 19 estudiantes, 14 la unidad. Las propias, se estuvieron en el nivel de refiere a las fracciones desempeño Por mejorar, por representadas por un tanto, no lograron hacer las numerador menor que la respectivas clasificaciones. unidad o denominador; las impropias es cuando el

---

En el criterio, aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana, 15 discentes se ubicaron en el nivel de desempeño más bajo (Por mejorar) pues, presentaron dificultad para comprender su aplicación.

En el criterio resolución de problemas involucrando las operaciones básicas, 15 discentes estuvieron en el nivel de desempeño Por mejorar, así que, se les dificultó resolver los problemas donde debió involucrar las operaciones básicas matemáticas.

---

***2.2.2. Diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira***

El paso fundamental para diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira, fue la revisión de teorías que tuvieran relación con el tema de investigación. Por lo tanto, se seleccionó como temática las frutas, así que el título que identifica dichas secuencias fue, “Explorando el mundo de las fracciones con COPISI”, cuyos objetivos fueron: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI, hallar la multiplicación

entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI, hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI, identificar qué operación básica se debe aplicar en la problemas con fracciones mediante la metodología COPISI, seguidamente se describe:



**Tabla 6**

*Planificación de las secuencias didácticas*

SECUENCIA DIDÁCTICA
<b>Título: Explorando el mundo de las fracciones con COPISI</b>
<b>Primera secuencia didáctica</b> <b>Aprendiendo con las frutas</b>
<b>Objetivo:</b> utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI
Docentes: Yisela Ruiz y Delma Maestre
Tema: adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI

Inicio: etapa de interpretación	<p>Realización: aula de clases de forma grupal</p> <p>Dinámica: Aprendiendo con las frutas</p> <p>Consiste en formar grupos de 4 integrantes los cuales tomarán una fruta del escritorio y seguido la partirán en partes iguales, de tal manera que cada integrante del grupo que desee comer una parte de la fruta podrá hacerlo, luego la docente pregunta a cada grupo en cuantas partes partieron la fruta y cuantas partes consumieron, seguido les indicará que la respuesta se la grafiquen en una hoja de block y luego la representen de forma numérica.</p>
Desarrollo etapa de la comprensión	<p>Se iniciará la clase con los buenos días de los estudiantes, seguido la docente realizará una actividad en grupos de tres la cual se desarrollara aproximadamente en 60 minutos, los grupos deberán resolver problemas de suma y resta de fracciones mediante la metodología COPISI para lograr que cada integrante coopere de manera efectiva en cada punto de la actividad, pero antes deben de manipular el material concreto, después la representación pictórica y dar el resultado de manera simbólica, al terminar la actividad un integrante de cada grupo pasara al frente con el material manipulativo explicara uno de los problemas resueltos.</p>
Cierre Etapa de análisis	<p>Para finalizar la sección 1</p> <p>Se realizarán una serie de preguntas para evaluar los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la actividad por los estudiantes, con el fin de verificar que ese aprendizaje adquirido sea significativo y así ponerlo en práctica en el entorno que se desenvuelven.</p> <p>Tiempo estipula 20 minutos</p>

**Tabla 7**

*Continuación de la planificación de las secuencias didácticas*

<b>Segunda secuencia didáctica</b>	
<b>Agilidad al partir</b>	
<b>Tema:</b>	multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI
<b>Objetivo:</b>	hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI

Inicio: etapa de interpretación	<p>Realización: aula de clases de forma individual</p> <p>Dinámica: agilidad al partir</p> <p>Consiste en coger una hoja de block tanto el docente como cada estudiante y doblarlo en partes iguales las cuales recortaran y después seleccionaran algunas de esas partes que deseen pintar, luego el docente le dirá a cada estudiante que pase al frente e ilustre en cuantas partes partió su hoja y cuantas partes escogió para pintar y como lo representaría de manera gráfica y numérica en el tablero.</p>
Desarrollo etapa de la comprensión	<p>Se iniciará la clase con una oración, luego los estudiantes observaran un video sobre problemas de fracciones multiplicativas relacionada con el entorno que los rodea proyectado con el video-beam, luego el docente repartirá el material manipulativo con el cual van a trabajar los estudiantes explicándoles de manera inmediata que la actividad que desarrollaran mediante la utilización de hojas de block para representar cada fracción que aparezca inscrita en cada problema a resolver luego de la misma manera lo representaran de manera pictórica y simbólica de modo que al terminar la actividad el 50% de los estudiantes pueda socializar su respuestas(tiempo programado para la actividad aproximadamente de 60minutos a 90 minutos) .</p>
Cierre Etapa de análisis	<p>Para finalizar la sección 2</p> <p>Se les pide a los estudiantes que hagan una reflexión referente a lo aprendido en la actividad, respondiendo los interrogantes que quedaron pendientes para poder afianzar el conocimiento adquirido y así poder despejar dudas con sus compañeros y el docente de tal manera que también se puedan interactuar conocimientos para una mejor comprensión en el momento de solucionar problemas lógicos matemáticos.</p>

**Tabla 8**

*Continuación de la planificación de las secuencias didácticas*

<p><b>Tercera secuencia didáctica</b></p> <p><b>Partiendo y repartiendo</b></p>
<p><b>Tema:</b> división con números fraccionarios mediante la metodología COPISI</p>
<p><b>Objetivo:</b> hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI</p>

<p>Inicio: etapa de interpretación</p>	<p>Realización: aula de clases de forma individual</p> <p>Dinámica: partiendo y repartiendo</p> <p>La dinámica inicia con una torta que traerá la docente la cual partirá en 20 partes iguales, seguido indicará a varios estudiantes que se acerquen y tomen una porción de torta y la consuman y así sucesivamente pasarán 15 estudiantes del salón a degustar la deliciosa torta, después cada estudiantes pasara al frente y representara gráficamente en el tablero la torta partida en partes, con las porciones consumida por cada uno de ellos y de la misma forma la representaran de forma simbólica, es así que se introducirán de forma más sencilla en el nuevo tema de aprendizaje.</p>
<p>Desarrollo etapa de la comprensión</p>	<p>La actividad a realizar se calcula en tiempo de 45 minutos a 60 minutos la cual consiste en localizar en el entorno que se encuentran los estudiantes un objeto con el cual se puedan trabajar para poderlo partir en partes iguales y seleccionar alguna de esas particiones y así colocar en práctica lo aprendido en la dinámica de iniciación. Luego resolverán cada uno de los problemas propuestos en el material entregado por el docente y aplicarán en cada uno de ellos la metodología COPISI asegurándose que cada aprendizaje sea significativo, y pueda ser relacionado con el entorno que lo rodea, y así colocarlo en práctica para desenvolverse mejor en la sociedad.</p> <p>Para finalizar la sección 3</p>
<p>Cierre Etapa de análisis</p>	<p>Para afianzar el conocimiento aprendido durante el transcurso de la actividad, se realizarán grupos de tres integrantes a los cuales se les entregará un pedazo de cartón el cual deberán partir por la mitad y luego cada una de esas mitades las deberán de partirlas en varias partes de tal manera que deberán de dar como resultado dos fracciones las cuales serán socializadas por un representante de cada grupo en el tablero y deberán resolver la división entre las dos fracciones, logrando así la retroalimentación del docente.</p>

**Tabla 9**

*Continuación de la planificación de las secuencias didácticas*

**Cuarta secuencia didáctica**  
**Endulzando tus momentos**

**Tema:** combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI



**Objetivo:** identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI

Inicio: etapa de interpretación	<p>Realización: aula de clases de forma grupal</p> <p>Dinámica: endulzando tus momentos</p> <p>La dinámica consiste en repartir una cocada de leche a cada grupo de tres estudiantes, la cual deberán partir en cinco partes iguales de las cuales deberán consumir la cantidad de porciones que se les antoje de tal manera que cada grupo desde sus puestos expondrán lo observado en una hoja de block en la cual representarán gráficamente y numéricamente cada resultado obtenido en la dinámica, dándole paso así a iniciar el tema del día.</p>
Desarrollo etapa de la comprensión	<p>La actividad a realizar se calcula en tiempo de 50 minutos a 75 minutos la cual consiste en formar grupos de tres estudiantes para trabajar de forma cooperativa con el objetivo de resolver de manera clara cada uno de los problemas propuestos e identificar qué operación básica deben aplicar y así trabajar con el material entregado de tal manera que al terminar cada grupo deberá elegir un representante para que exprese todo lo realizado y aprendidito en el desarrollo de la actividad interactuando así la respuestas o resultado mediante el material concreto, pictórico y simbólico.</p>
Cierre Etapa de análisis	<p>Para finalizar la sección 4</p> <p>Para esta finalización de sección de realizaran grupos de dos integrantes de tal manera que el docente llevará escrito con marcador y letra legible en hojas de block una serie de problemas los cuales irá pegando en el tablero con cinta, con el fin de que cada grupo que sepa la respuesta la resuelva, tanto de forma gráfica, como de forma numérica y así se retroalimentará cada una de las respuestas con la ayuda del docente y demás compañeros, para que el nuevo conocimiento que adquieran sea significativo y ser relacionado con el entorno que los rodea.</p>

***2.2.3. Implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira***

Para la ejecución de las secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira, a partir de las realidades detectadas en el diagnóstico en cuanto a las debilidades relacionadas con las referidas operaciones matemáticas, primeramente, se les informó de la dinámica a seguir y los propósitos que se persiguen y a la par, gestionar con los padres de familia el consentimiento informado. Posteriormente se dio inicio a las actividades desplegadas en cuatro sesiones de trabajo.

En ese sentido, las investigadoras, con la finalidad de recoger todo el accionar de las secuencias didácticas hicieron uso del diario de campo donde sistematizaron de forma organizada el desarrollo de cada sesión, destacando a la vez los avances y logros alcanzados por los estudiantes, tal como se presentan a continuación:

**Primera sesión.** Aprendiendo con las frutas.

**Tema:** adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI.

**Objetivo:** utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI.

Las fracciones forman la base para comprender conceptos más avanzados. Al aprender fracciones, los estudiantes desarrollan habilidades de razonamiento, resolución de problemas y pensamiento crítico. Sobre la base de estas ideas, se emprenden las actividades planificadas en las secuencias didácticas con el propósito de fortalecer en los estudiantes de octavo grado las operaciones básicas con fracciones.

En tal sentido, con la primera actividad se da inicio a la etapa de interpretación dirigidas al pensamiento analítico aritmético (AA-CO). Teniendo como idea, introducir de manera dinámica a los estudiantes al tema a desarrollar, así pues, se recibieron los estudiantes en el aula de informática, brindándoles un ambiente seguro donde prevaleció la empatía. Se les dio a conocer la manera en

que se trabajaría en adelante, luego, se les hizo un recuento de la metodología COPISI. Acto seguido, se les informó que la temática se desarrollaría con la dinámica llamada aprendiendo, por tanto, se repartió a cada grupo de estudiantes una fruta para que la partieron en partes iguales para ser consumida (dominio concreto-CO). Luego un representante de cada grupo pasó al tablero y explico en cuántas partes partieron la fruta y cuántas de ellas consumieron, representando de manera pictórica (PI) y simbólica (SI) cada respuesta. Seguidamente se hizo entrega de la guía de actividades para que resolvieran las operaciones de fracciones, las cuales fueron resueltas efectivamente.

Concluida la actividad de inicio se procedió a su desarrollo, dirigida a la comprensión del pensamiento analítico aritmético (AA-CO), dando una breve explicación en el tablero sobre el tema correspondiente a la adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI por parte de la docente, se organizaron los grupos de tres estudiantes a los cuales se les entrego las actividades para que identificaran la operación a aplicar y resolvieran cada uno de los problemas plasmados. Para la fase de cierre, con el fin de evaluar de manera práctica y analítica los conocimientos adquiridos, los estudiantes resolvieron interrogantes con el acompañamiento del docente, motivo por el cual se les formuló algunas interrogantes y así verificar la etapa de análisis (pensamiento numérico), tales como ¿te facilitó la metodología COPISI la resolución de problemas con fracciones?, ¿el conocimiento adquirido fue de gran utilidad en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿ya habían aplicado la metodología COPISI en alguna de sus clases?

Se obtuvo como resultado, en la etapa de síntesis en relación a la participación, se constató que todos se involucraron en la actividad y en el momento de las respuestas querían pasar al tablero a resolver los problemas formulados, demostrando así primeramente el interés en aprender las operaciones básicas de fracciones, además comprendieron el proceso de resolución de problemas de adición y sustracción. Seguidamente, en la etapa de síntesis, en cuanto a la reflexión, se puede decir que los discentes mostraron mucha claridad al momento de solucionar e identificar problemas y su partición muy activa y de forma ordenada.

Figura 13

Evidencias de la primera sesión de trabajo

The figure displays evidence from the first session of work, organized into several sections:

- Classroom Photos:** Six photographs showing students engaged in various activities: a general view of the classroom, a teacher assisting a student, students working in pairs at desks, a teacher at a whiteboard, students at a table, and a student writing.
- Worksheet 1 (Top Right):**
  - Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones**
  - Institución: educativa el Carmelo
  - Docentes: Yvaira Ratz y Delma Maestre
  - Tema: adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI
  - Objetivo: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI
  - Grado: octavo
  - Nombre y apellidos: Shariff M'anda y Natall Alavez, Dajans, Arment
  - Actividad en clase**
  - En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las frutas a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después las representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte numérica.
  - Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encontramos la respuesta correcta en un círculo.
  - 1. Maito ha gastado  $\frac{1}{3}$  del dinero que le dieron de pago sus abuelos en comprar un libro de aventuras. También se ha gastado  $\frac{1}{6}$  del pago de comprar una bolsa de dulces. ¿Qué fracción de su pago se ha gastado Maito?
    - a.  $\frac{7}{12}$
    - b.  $\frac{4}{9}$
    - c.  $\frac{2}{3}$
    - d.  $\frac{7}{27}$  ✓
  - 2. Una madre de familia tiene  $\frac{5}{6}$  de una barra de chocolate y le da a su hijo Natalia  $\frac{2}{9}$ . ¿Cuánto barra de chocolate le queda?
    - a.  $\frac{2}{9}$  ✓
    - b.  $\frac{7}{6}$
    - c.  $\frac{7}{27}$
- Worksheet 2 (Middle Left):**
  - Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones**
  - Institución: educativa el Carmelo
  - Docentes: Yvaira Ratz y Delma Maestre
  - Tema: adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI
  - Objetivo: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI
  - Grado: octavo
  - Nombre y apellidos: Isabela Ramirez, Kenner Yarbela, Jeremy Ortiz
  - Actividad en clase**
  - En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las frutas a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después las representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte numérica.
  - Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encontramos la respuesta correcta en un círculo.
  - 1. Maito ha gastado  $\frac{1}{3}$  del dinero que le dieron de pago sus abuelos en comprar un libro de aventuras. También se ha gastado  $\frac{1}{6}$  del pago de comprar una bolsa de dulces. ¿Qué fracción de su pago se ha gastado Maito?
    - a.  $\frac{7}{12}$
    - b.  $\frac{4}{9}$
    - c.  $\frac{2}{3}$
    - d.  $\frac{7}{27}$  ✓
  - 2. Una madre de familia tiene  $\frac{5}{6}$  de una barra de chocolate y le da a su hijo Natalia  $\frac{2}{9}$ . ¿Cuánto barra de chocolate le queda?
    - a.  $\frac{2}{9}$  ✓
    - b.  $\frac{7}{6}$
    - c.  $\frac{7}{27}$
- Worksheet 3 (Middle Right):**
  - Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones**
  - Institución: educativa el Carmelo
  - Docentes: Yvaira Ratz y Delma Maestre
  - Tema: adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI
  - Objetivo: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI
  - Grado: octavo
  - Nombre y apellidos: Isabela Ramirez, Kenner Yarbela, Jeremy Ortiz
  - Actividad en clase**
  - En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las frutas a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después las representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte numérica.
  - Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encontramos la respuesta correcta en un círculo.
  - 3. El panadero tiene  $\frac{4}{5}$  kg de harina para preparar dos tipos de galletas. Para una necesita  $\frac{2}{5}$  kg de harina. ¿Cuánta harina le sobra después de hacer la primera receta?
    - a.  $\frac{7}{10}$
    - b.  $\frac{6}{5}$
    - c.  $\frac{2}{5}$  ✓
    - d.  $\frac{5}{5}$
  - 4. Violeta bebió  $\frac{3}{8}$  de litro de leche en la mañana y  $\frac{1}{4}$  de litro en la tarde. ¿Cuánta leche tomó en total?
    - a.  $\frac{4}{12}$
    - b.  $\frac{32}{20}$
    - c.  $\frac{4}{6}$
    - d.  $\frac{20}{32}$  ✓
  - 5. Este es Felipe, él está sembrando su campo con diferentes hortalizas. Ayer sembró  $\frac{5}{6}$  con zanahorias y hoy ha sembrado  $\frac{7}{4}$  con lechuga. ¿Cuánto de su campo sembró Felipe?
    - a.  $\frac{83}{36}$  ✓
    - b.  $\frac{12}{13}$
    - c.  $\frac{36}{83}$
    - d.  $\frac{13}{12}$
- Worksheet 4 (Bottom Right):**
  - Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones**
  - Institución: educativa el Carmelo
  - Docentes: Yvaira Ratz y Delma Maestre
  - Tema: adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI
  - Objetivo: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI
  - Grado: octavo
  - Nombre y apellidos: Isabela Ramirez, Kenner Yarbela, Jeremy Ortiz
  - Actividad en clase**
  - En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las frutas a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después las representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte numérica.
  - Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encontramos la respuesta correcta en un círculo.
  - 3. El panadero tiene  $\frac{4}{5}$  kg de harina para preparar dos tipos de galletas. Para una necesita  $\frac{2}{5}$  kg de harina. ¿Cuánta harina le sobra después de hacer la primera receta?
    - a.  $\frac{7}{10}$
    - b.  $\frac{6}{5}$
    - c.  $\frac{2}{5}$  ✓
    - d.  $\frac{5}{5}$
  - 4. Violeta bebió  $\frac{3}{8}$  de litro de leche en la mañana y  $\frac{1}{4}$  de litro en la tarde. ¿Cuánta leche tomó en total?
    - a.  $\frac{4}{12}$
    - b.  $\frac{32}{20}$
    - c.  $\frac{4}{6}$
    - d.  $\frac{20}{32}$  ✓
  - 5. Este es Felipe, él está sembrando su campo con diferentes hortalizas. Ayer sembró  $\frac{5}{6}$  con zanahorias y hoy ha sembrado  $\frac{7}{4}$  con lechuga. ¿Cuánto de su campo sembró Felipe?
    - a.  $\frac{83}{36}$  ✓
    - b.  $\frac{12}{13}$
    - c.  $\frac{36}{83}$
    - d.  $\frac{13}{12}$

**Segunda sesión.** Agilidad al partir.

**Tema:** multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI.

**Objetivo:** hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI.

Para dar concreción a la fase de inicio o etapa de interpretación (pensamiento analítico aritmético, AA-CO), en esta sesión la dinámica central fue la agilidad al partir para ello se hizo entrega a los estudiantes de una hoja de block para que las partieran en partes iguales (dominio concreto-CO) y luego colorearan las de su preferencia, representando cada respuesta de forma gráfica (dominio pictórico-PI) y numérica (dominio simbólico-SI) para luego intercambiar con sus compañeros y docentes con el fin de que, con ayuda de sus pares, corrigieran los errores.

En cuanto a las actividades de desarrollo, etapa de la comprensión (pensamiento numérico), mediante la proyección de un video sobre multiplicación de fracciones, (televisor Smart), terminada la proyección el docente reforzó el tema con una breve explicación en el tablero. Seguidamente, se repartió a cada estudiante la actividad impresa para que resolvieron diversos problemas de multiplicación de fracciones. Actividad que facilitó la interacción entre pares sobre sus saberes. Constatando que, los problemas fueron resueltos en el tablero y se corrigieron algunos errores que presentaron. Además, en la guía de actividades se pudo ver que resolvieron con precisión las operaciones dadas.

Como actividad de cierre, etapa de análisis (pensamiento analítico), se les planteó a los educandos las siguientes preguntas, ¿qué tal te fue identificando el material concreto, el pictórico y el simbólico?, ¿qué aprendizaje te dejó la actividad de hoy?, ¿qué puedes decir sobre la metodología COPISI?, lo que permitió evaluar los conocimientos adquiridos.

Seguidamente, en la etapa de síntesis en lo que refiere a la participación, las intervenciones hechas fueron efectivas; analizaron sus respuestas, socializaron con sus compañeros y trabajaron con la ayuda de sus pares. Como reflexión ante la sesión terminada, se consideró gratificante puesto que cada estudiante demostró sentido de pertenencia al momento de desarrollar cada momento de la actividad. Por tanto, hallaron la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas.

Figura 14

Evidencias de la segunda sesión de trabajo

*Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones*

Institución: educativa el Carmelo  
 Docentes: Yisel Ruiz y Delma Maestre  
 Tema: multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI  
 Objetivo: hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI  
 Grado: octavo  
 Nombre y apellidos: Jose Javier Rumbo

### ACTIVIDAD EN CLASE

- En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las hojas de block a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después lo representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte simbólica.
- Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encerramos la respuesta correcta en un círculo.

- La constructora Nefes construyó una nueva sede para sus oficinas en un terreno que mide  $15\frac{1}{2}$  de metro de ancho y  $12\frac{1}{5}$  de metro de largo. ¿Cuánto es el total del terreno con que cuenta para construir sus oficinas?  
 a.  $75\frac{1}{242}$       c.  $242\frac{1}{27}$   
 b.  $1.815\frac{1}{10}$       d.  $100\frac{1}{5}$

- Como plantamos  $\frac{2}{3}$  de terreno y ha decidido que  $\frac{1}{4}$  de esa parte lo destinará a sandías. ¿Qué parte del total de terreno será destinada al cultivo de sandías?  
 a.  $12\frac{1}{2}$   
 b.  $2\frac{1}{12}$  ✓  
 c.  $8\frac{1}{3}$   
 d.  $3\frac{1}{6}$

*Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones*

Institución: educativa el Carmelo  
 Docentes: Yisel Ruiz y Delma Maestre  
 Tema: multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI  
 Objetivo: hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI  
 Grado: octavo  
 Nombre y apellidos: Johana Gutierrez Argote

### ACTIVIDAD EN CLASE

- En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las hojas de block a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después lo representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte simbólica.
- Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encerramos la respuesta correcta en un círculo.

- Un recipiente está lleno de agua hasta los  $\frac{4}{5}$  de su capacidad. Se saca la mitad de agua de la cantidad que contiene. ¿Qué fracción de la capacidad del recipiente se ha sacado?  
 a.  $\frac{8}{5}$   
 b.  $\frac{3}{2}$   
 c.  $\frac{1}{2}$   
 d.  $\frac{4}{10}$  ✓

- Valentina tiene 60 botellas de agua de  $\frac{1}{4}$  de litro y quiere saber ¿Cuántos litro de agua tiene? Ya que irá a comprar por varios días  
 a. 10 litro de agua  
 b. 8 litros de agua  
 c. 12 litros de agua  
 d. 15 litros de agua ✓

- El vendedor de frutas llegó a la casa de Martha. Ella le pidió  $\frac{2}{3}$  de una docena de bananos. ¿Cuántos bananos compro Martha?  
 a. 8 bananos  
 b. 10 bananos  
 c. 6 bananos  
 d. 3 bananos ✓

- Si Francisco resuelve la siguiente multiplicación de fracciones  $\frac{8}{3} \times \frac{5}{9}$  el resultado es:  
 a.  $\frac{72}{15}$   
 b.  $\frac{13}{12}$   
 c.  $\frac{40}{27}$  ✓  
 d.  $\frac{10}{20}$

*Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones*

Institución: educativa el Carmelo  
 Docentes: Yisel Ruiz y Delma Maestre  
 Tema: multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI  
 Objetivo: hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI  
 Grado: octavo  
 Nombre y apellidos: Jose Javier Rumbo

### ACTIVIDAD EN CLASE

- En cada uno de los puntos vamos a manipular el material concreto que son las hojas de block a trabajar la parte en las fracciones que se presentan en cada problema y después lo representamos de manera pictórica y gráfica, por último resolvemos la operación para encontrar la respuesta de cada problema que es la parte simbólica.
- Nota: cada uno de los puntos lo resolvemos y encerramos la respuesta correcta en un círculo.

- Un recipiente está lleno de agua hasta los  $\frac{4}{5}$  de su capacidad. Se saca la mitad de agua de la cantidad que contiene. ¿Qué fracción de la capacidad del recipiente se ha sacado?  
 a.  $\frac{8}{5}$   
 b.  $\frac{3}{2}$   
 c.  $\frac{1}{2}$   
 d.  $\frac{4}{10}$  ✓

- Valentina tiene 60 botellas de agua de  $\frac{1}{4}$  de litro y quiere saber ¿Cuántos litro de agua tiene? Ya que irá a comprar por varios días  
 a. 10 litro de agua  
 b. 8 litros de agua  
 c. 12 litros de agua  
 d. 15 litros de agua ✓

- El vendedor de frutas llegó a la casa de Martha. Ella le pidió  $\frac{2}{3}$  de una docena de bananos. ¿Cuántos bananos compro Martha?  
 a. 8 bananos  
 b. 10 bananos  
 c. 6 bananos  
 d. 3 bananos ✓

- Si Francisco resuelve la siguiente multiplicación de fracciones  $\frac{8}{3} \times \frac{5}{9}$  el resultado es:  
 a.  $\frac{72}{15}$   
 b.  $\frac{13}{12}$   
 c.  $\frac{40}{27}$  ✓  
 d.  $\frac{10}{20}$



**Tercera sesión.** Partiendo y repartiendo.

**Tema:** división con números fraccionarios mediante la metodología COPISI.

**Objetivo:** hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI.

En cuanto a las actividades de inicio etapa de interpretación (pensamiento sintético geométrico, SG-PI), donde la idea principal fue que interpretaran a través de la dinámica cómo se da la división de fracciones. Luego de haber recibido al grupo estudiantil, reunidos en el aula se procedió a brindarles una explicación sobre el objetivo de la clase y conformados en grupo de tres integrantes se hizo entrega de una torta pequeña a cada grupo donde cada uno dividió la torta en partes iguales de acuerdo al número de participantes poniendo en práctica el dominio concreto (CO) para luego hacer la representaron en fracciones para evidenciar el dominio pictórico (PI) y el dominio simbólico (SI), acción seguida, consumieron dicho alimento. Los estudiantes demostraron sentirse motivados durante esta actividad puesto que todos trabajaron de manera agradable en equipo.

Para el desarrollo de las actividades, correspondiente a la etapa de la comprensión (pensamiento sintético geométrico, SG-PI), las docentes explicaron el tema sobre división con números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI, en tanto que hicieron entrega de material fotocopiado para que, en grupo de tres integrantes, resolvieran los ejercicios formulados. Durante esta actividad se observó su concentración e inquietud por resolver las preguntas a tiempo, también se pudo apreciar que algunos estuvieron distraídos y otros dudosos sobre la temática. Hecho ante el cual las docentes los atendieron aclarando las dudas para que lograran comprender actividad propuesta en el tiempo estipulado. Cabe decir que, la idea de las docentes en esta etapa de desarrollo fue que los estudiantes comprendieran textos con fracciones para resolver problemas con división a través de la metodología COPISI. Fue de gran apoyo los resultados de los conocimientos de los estudiantes mediante la guía de actividades, en la cual resolvieron efectivamente los problemas propuestos.

Como actividades de cierre, en la etapa de análisis (pensamiento sintético geométrico), al finalizar la clase de manera más dinámica las docentes entregaron a cada grupo formado un pedazo de cartón explicándoles que lo dividieran por la mitad y luego cada una de esas mitades debían seguir las dividiendo en partes iguales para representarlas a través de fracciones, las cuales fueron

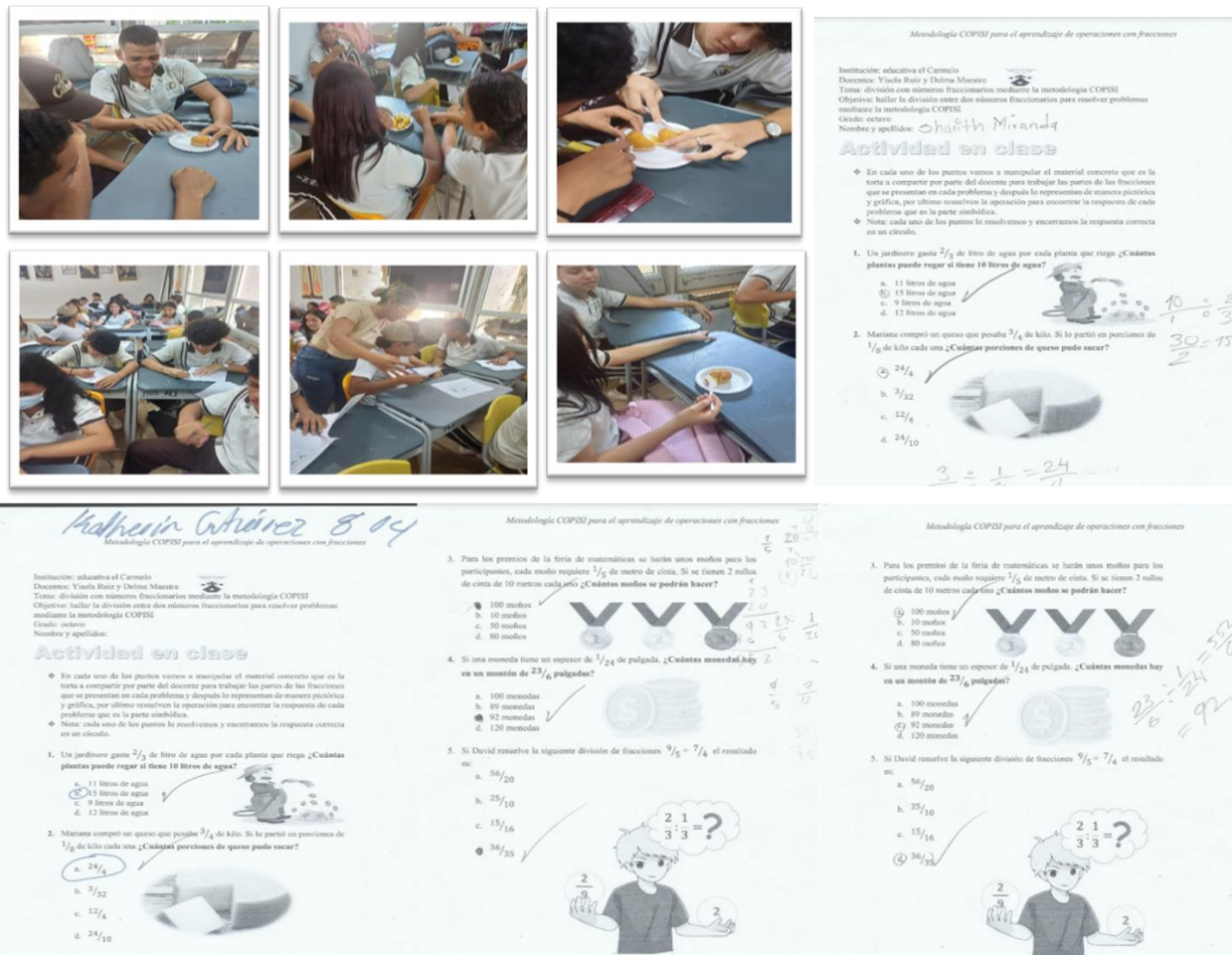
## Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones

socializadas por un representante de cada grupo en el tablero y así mismo resolvieron la división entre las dos fracciones. Logrando que dividieron entre dos números fraccionarios para resolver problemas, por lo cual comprendieron textos con fracciones para resolver problemas con división a través de la metodología COPISI.

En síntesis, los estudiantes participaron y trabajaron en equipo, resolvieron ejercicios en el tablero, analizaron y resolvieron problemas con división de fracciones. Las docentes agradecieron la efectiva intervención en la clase; además, preguntaron a los discentes sobre su sentir con la temática y con el desarrollo de la clase en general. A lo que muchos respondieron de manera agradable que fue una clase chévere, diferente a las demás.

**Figura 15**

*Evidencias de la tercera sesión de trabajo*





**Cuarta sesión.** Endulzando tus momentos.

**Tema:** combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI.

**Objetivo:** identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI.

En referencia a las actividades de inicio, correspondientes a la etapa de interpretación (pensamiento analítico estructural, AE-SI), las docentes dieron una explicación sobre el objetivo de la clase, y las respectivas instrucciones para trabajar con la dinámica “endulzando tus momentos”. Posterior a esto, le hicieron entrega de un pedazo de bocadillo en forma cuadrada (dominio concreto-CO) para que los partieran en cinco partes iguales, se lo repartieron a cada integrante del equipo, lo degustaron y de esta manera en concordancia con la cantidad que consumieron expusieron lo observado representando gráficamente y numéricamente cada resultado que se obtuvo en la dinámica. En esta fase representaron gráfica y numéricamente (dominio pictórico-PI y dominio simbólico-SI) a través del análisis de la dinámica el resultado obtenido.

Para el desarrollo de las actividades en lo que toca a la etapa de la comprensión (pensamiento numérico), partiendo del análisis realizado en la dinámica del bocadillo, la docente explicó el tema de una manera muy clara y factible para ellos. A la actividad se le asignó un tiempo de 50 minutos a 75 minutos conformando grupos de tres integrantes, se entregó a cada grupo unos ejercicios a desarrollar. Logrando así los objetivos propuestos ya que todos los grupos estuvieron interesados en resolver los problemas con las diferentes operaciones básica, planteados dando en su mayor parte buenos resultados sobre todo cuando sustentaron oralmente lo aprendido. El aprendizaje de los estudiantes también se constató a través de los ejercicios realizados en la guía de actividades, puesto que lograron resolver efectivamente las operaciones propuestas.

En la actividad de cierre, correspondiente a la etapa de análisis (pensamiento analítico estructural, AE-SI), los estudiantes demostraron motivación, ante el hecho de que se plantearon diversos problemas de operaciones de suma, resta y multiplicación con fracciones. En su mayoría lograron resolverlos y en algunos casos hubo que dar nuevamente las respectivas orientaciones y aclarar

dudas. Se observó interés en aprender, resolvieron los ejercicios de fracciones a través del análisis de operaciones simbólicas e identificaron qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI.

A lo descrito se suma, la participación activa, el trabajo en equipo, la efectividad en la resolución de los problemas matemáticos propuestos, siguieron las instrucciones dadas, atendieron en todo momento al docente, demostraron interés y entusiasmo hacia el aprendizaje de dichas operaciones. De forma exitosa se pudieron desarrollar los objetivos propuestos, los estudiantes manifestaron que la clase fue muy divertida puesto que no tuvieron que escribir todo el tiempo, vencieron los obstáculos que les impedía realizar los problemas matemáticos.

Figura 16

Evidencias de la cuarta sesión de trabajo

The figure consists of several parts:

- Top Left:** A photograph of students sitting at tables in a classroom, engaged in group work.
- Top Middle:** A photograph of a student working on a task at a table.
- Top Right:** A photograph of students in a group discussion.
- Middle Left:** A photograph of a student pointing at a whiteboard.
- Middle Right:** A photograph of a student working on a task.
- Bottom Left:** A sample math problem from the COPISI methodology. It includes the title "Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones", the institution "Institución educativa el Corredor", the teacher "Yolida Ruiz y Delma Maestre", the theme "combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI", the objective "Identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI", the grade "cuarta", and the names of the students "Luis Vega, Diana Alvarez, Carlos Amado". The activity is titled "Actividad en clase" and contains two problems. Problem 1 asks for the number of glasses obtained from a mixture of orange juice and water. Problem 2 asks for the number of glasses needed to obtain 4 glasses of refreshment from a certain amount of orange juice. The solutions are shown with handwritten work:  $\frac{15}{10} + \frac{18}{15} = \frac{30}{10} + \frac{36}{15} = \frac{60}{10} + \frac{36}{15} = \frac{120}{15} + \frac{36}{15} = \frac{156}{15} = 10\frac{6}{15} = 10\frac{2}{5}$  for problem 1, and  $\frac{13}{4} \times 4 = 13$  for problem 2.
- Bottom Middle:** Another sample math problem from the COPISI methodology. It includes the title "Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones", the institution "Institución educativa el Corredor", the teacher "Yolida Ruiz y Delma Maestre", the theme "combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI", the objective "Identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI", the grade "cuarta", and the names of the students "Luis Vega, Diana Alvarez, Carlos Amado". The activity is titled "Actividad en clase" and contains three problems. Problem 3 asks for the number of cylinders completely filled with oil. Problem 4 asks for the distance between the house of Andrea and Carlos. Problem 5 asks for the number of glasses needed to fill a pitcher. The solutions are shown with handwritten work:  $\frac{45}{42} + \frac{30}{63} = \frac{15}{14} + \frac{10}{21} = \frac{45}{42} + \frac{40}{42} = \frac{85}{42} = 2\frac{1}{42}$  for problem 3,  $\frac{10}{4} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$  for problem 4, and  $\frac{30}{5} \div \frac{3}{5} = 30 \times \frac{5}{3} = 50$  for problem 5.
- Bottom Right:** A third sample math problem from the COPISI methodology. It includes the title "Metodología COPISI para el aprendizaje de operaciones con fracciones", the institution "Institución educativa el Corredor", the teacher "Yolida Ruiz y Delma Maestre", the theme "combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI", the objective "Identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI", the grade "cuarta", and the names of the students "Luis Vega, Diana Alvarez, Carlos Amado". The activity is titled "Actividad en clase" and contains three problems. Problem 3 asks for the number of cylinders completely filled with oil. Problem 4 asks for the distance between the house of Andrea and Carlos. Problem 5 asks for the number of glasses needed to fill a pitcher. The solutions are shown with handwritten work:  $\frac{45}{42} + \frac{30}{63} = \frac{15}{14} + \frac{10}{21} = \frac{45}{42} + \frac{40}{42} = \frac{85}{42} = 2\frac{1}{42}$  for problem 3,  $\frac{10}{4} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$  for problem 4, and  $\frac{30}{5} \div \frac{3}{5} = 30 \times \frac{5}{3} = 50$  for problem 5.

La experiencia vivida al implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira, fue una oportunidad para aprender, no solo los estudiantes, sino también para las docentes ya que se trató de un enriquecimiento multifacético en el sentido de que se profundizó en la comprensión del concepto de fracciones utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, guiando a los estudiantes en la construcción de sus propios conocimientos en esa medida se pudo consolidar el entendimiento propio con respecto a las mismas.

Además, fue un momento de poner de manifiesto su creatividad, al buscar y utilizar materiales manipulativos y ejemplos prácticos para la enseñanza de fracciones, así que se experimentó con diferentes enfoques optando por los que consideraron pertinentes para adaptar la enseñanza según los intereses y necesidades de los educandos. Al implementar dicha metodología se vivieron momentos de reflexión que condujeron al abordaje de diversas formas para que todos los estudiantes se apropiaran de habilidades y así alcanzar los aprendizajes requeridos, y poder entonces abordar los desafíos relacionados con las fracciones.

Al explicar los conceptos matemáticos de manera clara y accesible, las pedagogas mejoraron sus habilidades comunicativas, cuestión considerada de relevancia cuando se trata de fracciones, ya que las mismas requieren una comprensión precisa y una explicación concisa. Así pues, trabajar con estudiantes en el aprendizaje de fracciones requirió paciencia y empatía, por lo cual las docentes aprendieron a adaptarse a diferentes ritmos de aprendizaje y a abordar las dificultades con sensibilidad con el propósito de que los discentes sintieran gusto por aprender. En suma, la metodología COPISI no sólo benefició a los estudiantes, sino también a las docentes en el enriquecimiento de su comprensión, el desarrollo creativo y habilidades pedagógica en el contexto de las operaciones con fracciones.

**Tabla 10**

*Triangulación de resultados de la implementación de la metodología COPISI*

<b>Acción-Logros</b>	<b>Teóricos</b>	<b>Reflexiones del investigador</b>
<p>A partir de la implementación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI, se desplegó en cuatro sesiones de trabajo, las cuales se llevaron a cabo de la siguiente manera:</p> <p>En la primera sesión donde se abordó el tema de adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI, bajo el objetivo utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI en la etapa de interpretación se dio a conocer la forma en que se trabajaría en adelante, en el acto se dio inicio con la distribución de una fruta para que la dividieran en partes iguales. Posteriormente, representarla en el tablero y explicaran las partes en que fueron divididas,</p>	<p>Los resultados de la implementación de las secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para fortalecer en los estudiantes las operaciones básicas de fracciones, responden a los planteamientos de Piaget (1997), puesto que estima que las matemáticas elementales ayudan a resolver problemas lógicos, indica la aparición de un estadio operacional concreto que está relacionado con el desarrollo de la comprensión numérica significativa al contar.</p> <p>Así mismo, a lo planteado por Ausubel (1983) cuando dijo que el aprendizaje significativo se refiere al contenido de la resolución de problemas lógicos matemáticos que implica una forma activa de pensamiento o acción directa del sujeto que aprende.</p> <p>Aunado a lo descrito, se suma lo propuesto por Vygotsky (1979) al considerar que la utilización del lenguaje hablado se relaciona con la</p>	<p>Las investigadoras, guiadas por una serie de interrogantes y revisiones de teorías fueron pudieron dar respuestas a las realidades presentes en los estudiantes en relación al aprendizaje de operaciones con fracciones, así que, trabajar con la metodología COPISI, significó una experiencia adquirida en la vivencia de la forma en que los estudiantes fueron adquiriendo habilidades para resolver problemas matemáticos sobre fracciones, donde también pudieron aprender desde la</p>

---

representando de manera pictórica y simbólica cada respuesta.

Para la comprensión del pensamiento numérico se explicó a través del tablero el tema de adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI, organizados los estudiantes en grupos de tres, se les asignaron actividades relacionadas con el tema, así que identificaron las operaciones, aplicaron y resolvieron los problemas.

Como actividad de cierre, con unas interrogantes, se evaluó de forma práctica y analítica los logros alcanzados, lo que permitió verificar el interés por aprender, comprendieron el proceso de resolver problemas de adición y sustracción, demostraron claridad en la solución de los ejercicios y tuvieron una participación activa y ordenada.

En la segunda sesión, abordada con el tema multiplicación de números

dimensión metacognitiva del desarrollo, que ubica las operaciones matemáticas básicas u otras áreas de conocimiento.

De otro lado, los resultados son cónsonos a lo planteado por Herrera y Villafuente (2023), al señalar que las estrategias didácticas son secuencias de actividades planificadas y organizadas de manera sistemática, con el fin de construir conocimientos a partir del contexto real de los educandos, de las necesidades e intereses, fortalezas y debilidades, por lo que es imprescindible la formación y actualización del docente en lo referido a teorías, metodologías que le ayuden a resolver problemas en el proceso de enseñar.

Fundamentado en lo que planteó el citado autor, se optó por el diseño e implementación de secuencias didácticas basadas en el método COPISI, siendo que está centrado en la teórica del aprendizaje, por lo cual, los estudiantes pueden aprender bien las matemáticas mientras las practican y para su buena utilidad.

Sus siglas significan: Concreto (CO), Pictórico (PI), y Simbólico

práctica la comprensión de los conceptos de dichas operaciones mediante representaciones concretas, gráficas y simbólicas con las cuales ayudaron a los discentes para que se apropiaran de conocimientos para llegar al éxito.

Fue un momento para mostrar su creatividad encontrando y usando objetos manipulables y ejemplos prácticos para enseñar fracciones. Hubo momentos de reflexión durante la implementación de este enfoque que llevaron a que adaptaran diversas maneras para que todos los estudiantes adquirieran las habilidades para lograr el aprendizaje

---

fraccionarios mediante la (SI). Su diseño ha permitido a los requerido y luego metodología COPISI, cuyo estudiantes construir conceptos poder abordar los objetivo fue, hallar la matemáticos, moviéndose entre desafíos asociados multiplicación entre dos representaciones concretas, gráficas con la parte. Hubo números fraccionarios para y simbólicas, donde los conceptos mejoras en sus resolver problemas mediante la abstractos son representados habilidades metodología COPISI, para mediante signos. La representación comunicativas llevar a cabo la etapa de parte de la experiencia e explicando conceptos interpretación (pensamiento interacciones específicas con matemáticos de forma numérico), la dinámica elementos determinados, a partir de clara y comprensible. consistió en entregarle a los lo simbólico se fija en la medida en Por lo tanto, aprender estudiantes hojas blancas con que lo concreto se simboliza a través fracciones con los las instrucciones de que la de íconos o imágenes y estudiantes requiere partieran en partes iguales y representaciones pictóricas (Yean paciencia y empatía, representaran gráficamente el Ban Har, s.f.). por lo que los número de sus partes. Así que, Tal como lo dijo Andrada y profesores compartieron con sus pares los Bernabeu (2022), esta metodología aprendieron a resultados del ejercicio, donde es una transición de lo concreto a lo adaptarse a diferentes tuvieron la oportunidad de abstracto. Parte del uso de materiales ritmos de aprendizaje corregir, si era necesario, los específicos como las imágenes y afrontar las errores. gráficas, avanza con la comprensión dificultades con y el progreso y finaliza con el sensibilidad para que comprensión (pensamiento pensamiento abstracto o simbólico. los estudiantes se numérico), se proyectó un Agrega el referido autor que, una divirtieran mientras video referido a la forma de aplicar dicha metodología, aprendían. En multiplicación de fracciones, es la contextualización para general, el enfoque acompañado de actividades desarrollar el aprendizaje COPISI no sólo impresas, resolvieron los adaptándose al entorno. Así pues, los beneficia a los problemas aplicando dichas estudiantes resuelven situaciones de estudiantes, sino que operaciones, además tareas, brindando posibles soluciones también permitió a los compartieron con sus pares los al problema, donde él mismo verifica profesores enriquecer

---

---

resultados, mostraron en el tablero los resultados, se corrigieron entre ellos las operaciones realizadas.

En la etapa de análisis (pensamiento numérico), mediante preguntas se evaluó los aprendizajes estudiantiles, donde pudo apreciarse que lograron dominio del contenido trabajado, la participación activa y efectiva, analizaron sus respuestas, socializaron con sus pares, demostraron sentido de pertenencia y cumplimiento de las actividades planteadas, en suma, lograron dominio en la multiplicación entre dos números fraccionarios para la resolución de problemas aplicando la metodología COPISI.

En la tercera sesión de trabajo, las actividades llevadas en la etapa de interpretación (pensamiento numérico), el tema fue la división con números fraccionarios mediante la metodología COPISI, el objetivo perseguido, hallar la división

si es acertado o no. De igual manera, se requiere del docente, enfrentar problemáticas con cierta complejidad y hacer las respectivas adaptaciones a los conocimientos que se quieren alcanzar.

Para Leal y Bong (2015), para el método COPISI se caracterizan cuatro fases de trabajo para la resolución de problemas, primero, se comprende el problema. Segundo, se captan las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, se pone en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

Para Cárdenas y Otavalo (2021), lo concreto se refiere al material en el plano físico, en las operaciones matemáticas, se refiere a imágenes directamente vinculadas a la realidad en oposición a lo abstracto, y en relación con las operaciones lógicas para la resolución de problemas en los estudiantes, básicamente presenta como características, las experiencias o conocimientos previos de los aprendices, necesitando manipular

su comprensión, su desarrollo creativo y sus habilidades de enseñanza en operaciones con fracciones.

entre dos números objetos para ayudar a su proceso de fraccionarios para resolver comprensión, así que para ello problemas mediante la pueden clasificar objetos basados en metodología COPISI, mediante relación de volumen, peso, forma, la entrega de una torta para que entre otros. También pensar en fuera dividida en partes iguales, objetos físicamente ausente apoyado hicieron representaciones de en imágenes de sus experiencias fracciones. Así pues, pasadas; ante enunciados pueden disfrutaron y demostraron formar jerarquía y entender la agrado ante el trabajo en inclusión de objetos en los distintos equipo. niveles de esa estructura con el fin de

Para la etapa de hacer comparaciones, de igual o interpretación (pensamiento diferente y secuencias numéricas; numérico), interpretaron el pueden hacer uso de mapas para el proceso de dividir, manejo conceptual de relaciones seguidamente en la etapa de espaciales, así mismo, establecer el comprensión, continuando con concepto del tiempo y sus la dinámica de repartir en partes variaciones; capacidad de relación iguales, a través de material entre el todo que, a una unidad y sus fotocopiado, realizaron partes; así como también, ordenar los diferentes ejercicios donde. En objetos en progresión lógica por dicha fase se observó en los colores y tamaños.

En cuanto a lo pictórico (PI), estudiantes concentración e según Cárdenas y Otavalo (2021), son inquietud por resolver las representaciones a través de tablas, preguntas a tiempo, así mismo gráficos, diagramas, dibujos, se apreció que hubo algunos fotografías e incluso ecuaciones que se mostraron distraídos y matemáticas que permiten extender dudosos sobre la temática. En una idea o pensamiento de acuerdo a tanto que con la ayuda de las su significado en una referencia docentes lograran realizar la actividad propuesta en el visual gráfica.

---



---

tiempo estipulado. Como En cuanto al componente logros, los estudiantes simbólico (SI), para Cárdenas y comprendieran textos con Otavalo (2021), las fracciones para resolver conceptualizaciones básicas de problemas con división a través cantidad o cuantificadores que hacen de la metodología COPISI. referencia a aquellas formas que el

Estudiante identifica de manera precisa que pudieron resolver la previa al número y pueden servir para división entre las dos aproximar (mucho/poco, nada/todo, fracciones. Logrando que entre otros), con el fin de establecer dividieron entre dos números comparaciones (más que, menos fraccionarios para resolver que). Aquí se incluye expresiones problemas, por lo cual que indican acciones relacionadas comprendieron textos con con cantidades como añadir, agrupar, fracciones para resolver quitar, repartir, juntar, comprender problemas con división a través conceptos básicos espacio- de la metodología COPISI, temporales: constituyen expresiones participaron y trabajaron en verbales referidas a la organización equipo, resolvieron ejercicios espacial y temporal, que constituyen en el tablero, analizaron y una de las bases fundamentales para resolvieron problemas con la adquisición del concepto numérico división de fracciones. los y para la comprensión de las estudiantes manifestaron operaciones aritméticas.

En lo señalado por Parraguez (2012), para hacer mención al agrado ante las actividades propuestas.

En la cuarta y última sesión pensamiento analítico aritmético se trabajó con el tema, los objetos matemáticos se combinación de las operaciones manifiestan por medio de relaciones básicas con números numéricas, la recta numérica se fraccionarios mediante la puede visualizar como un objeto metodología COPISI, matemático que en su interior reviste

---

persiguiendo como objetivo, identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI

unas magnitudes inconmensurables que se pueden representar con relaciones numéricas.

En lo propio de las matemáticas, las fracciones según lo señalado por Arenas y Rodríguez (2021), una parte también puede ser determinada parte de un conjunto de componentes, por tanto la fracción representa el número de partes seleccionadas de una unidad dividida en partes iguales, con una separación lineal de fracción, así mismo, González (s.f.) considera que las fracciones están expresadas en términos, tales como el numerador y denominador, donde el primero es el número de partes que comprende la unidad y el denominador, las partes en que se ha dividido la unidad (González, s.f.).

Según Kieren (1993, como se citó en Butto, 2013), la amplitud de conocimiento de los números racionales trae consigo, además de la comprensión de ideas, busca cómo es la relación entre sí, por lo cual es de importancia la obtención de información correcta de las variables intervinientes en proceso de construcción del conocimiento de fracciones. Visto así su aprendizaje demostraron interés en cumplir

En la etapa de interpretación (pensamiento numérico), bajo las instrucciones de la dinámica “endulzando tus momentos”, se repartió a los estudiantes un bocadillo, para que lo dividieran en partes de acuerdo al número de participantes de cada equipo. Acto seguido, lo representaron gráficamente y numéricamente donde tuvieron la ocasión de analizar el proceso para obtener un resultado.

Según Kieren (1993, como se citó en Butto, 2013), la amplitud de conocimiento de los números racionales trae consigo, además de la comprensión de ideas, busca cómo es la relación entre sí, por lo cual es de importancia la obtención de información correcta de las variables intervinientes en proceso de construcción del conocimiento de fracciones. Visto así su aprendizaje demostraron interés en cumplir

con lo propuesto, resolvieron las diversas operaciones en el tiempo.

En la etapa de análisis se evidenció disposición, motivación, interés, resolvieron las operaciones dadas de suma, resta y multiplicación de fracciones, siguieron las orientaciones del docente. A través del análisis de operaciones simbólicas identificaron qué operación básica aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI; hubo participación activa, trabajaron en equipo. Resultados que dejaron en evidencia el éxito de la implementación de las secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI.

consiste en la acción en la que el sujeto aprehende del mundo un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por sub-constructos de los cuales logra “reconocer, la relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida” (Butto, 2013, p. 37)

---

***2.2.4. Evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira***

Llegados a este punto para el objetivo que reza, *Evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira*, se aplicó una prueba escrita a los diecinueve estudiantes que

conformaron la unidad de trabajo en el presente estudio, la cual se estructuró a partir de la categoría Operaciones con fracciones a través de la metodología COPISI, abordando las subcategorías: Modo de pensamiento Analítico Aritmético (AA-CO), Modo de pensamiento Geométrico (SG-PI) y Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI), indicando a la vez el material de acuerdo al método COPISI, resultados que se describen en la Tabla 10.

**Tabla 11**

*Resultados de la prueba final*

<b>Categoría</b>		
Operaciones con fracciones a través de la metodología COPISI		
<b>Subcategoría</b>	<b>Material</b>	<b>Resultados</b>
Modo de pensamiento Analítico Aritmético (AA-CO)	Concreto (CO) Uso de uso de imágenes gráficas	Dada una figura con sus respectivas fracciones, los estudiantes seleccionaron correctamente la porción o parte en que se divide el todo, lo que demuestra que aplicaron el pensamiento analítico mediante un material concreto.
Modo de pensamiento Geométrico (SG-PI)	Pictórico (PI) Comprensión y progreso	Cuando los estudiantes se enfrentaron a representaciones de cantidades fraccionadas acompañadas de su respectiva figura, lograron seleccionar correctamente la expresión que representa la fracción, poniendo de manifiesto el pensamiento geométrico (SG-PI) desde el material pictórico.
Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI)	Simbólico (SI) Pensamiento abstracto o simbólico	Para verificar en los estudiantes la fase de la metodología COPISI, se presentaron problemas matemáticos para que seleccionaran las expresiones de fracciones. Así que asertivamente, mostraron su resultado. Evidenciando que desarrollaron el

Otro aspecto a incluir en la evaluación, fue conocer el grado de satisfacción ante la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira, en tal sentido, se aplicó una encuesta a los estudiantes, dando como resultado que la estrategia implementada la calificaron de excelente; en cuando sus aprendizaje de operaciones básicas con fracciones, lo catalogaron excelente y, para saber de su sentir sobre lo aprendiendo en relación a las operaciones básicas con fracciones con la metodología COPISI, resultó para ellos excelente, demostrando que la misma fue efectiva para su aprendizaje.

### **2.3. Discusión**

El presente inciso consiste en comparar los resultados de la investigación con teorías y estudios preliminares relacionados. Desde esta perspectiva, la discusión de los hallazgos se centra en enfoques basados en contenidos, que las investigadoras consideraron esenciales como contribución para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado.

En consecuencia, se vieron impulsadas a utilizar la sistematización de datos para presentar la información recopilada de manera clara y coherente, teniendo como norte la interrogante planteada ¿Cómo se fortalece el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira? Después de la búsqueda de respuesta, se utilizó una rúbrica para diagnosticar en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira la situación actual en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones. Luego, se realizó una revisión de literatura y estudios previos relacionados con el tema de estudio, lo que sirvió como base para desarrollar e implementar secuencias didácticas basadas en la metodología

COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado. Hallazgos que seguidamente se discuten:

En líneas generales, se evidenció en el diagnóstico a los estudiantes que presentan dificultad para la comprensión de conceptos de fracciones, representarlas gráficamente, identificar sus partes, clasificar sus partes de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador, aplicar los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana; así mismo, para resolver problemas involucrando las operaciones básicas. También se observó que los resultados del diagnóstico difieren de la postura de Kieren (1993, como se citó en Butto, 2013), quien señaló que, el amplio conocimiento de los números racionales trae consigo, no sólo la comprensión de cada idea sino, además, cómo es la relación entre sí, por lo cual es de importancia la obtención de información correcta de las variables intervinientes en proceso de construcción del conocimiento de fracciones.

Según el autor mencionado, solo se puede comprender el aprendizaje a través de las ideas: construcción: como la acción en la que el sujeto aprehende el mundo como un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por subconstrucciones de las cuales logra reconocer la relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida. Para Arenas y Rodríguez (2021), una fracción es una representación numérica de una parte igual de un número entero. Por lo tanto, una parte también puede ser una determinada parte de un conjunto de componentes en matemáticas. De manera similar, una fracción se expresa mediante términos como numerador y denominador, siendo el primero el número de partes que componen la unidad y el denominador, las partes en las que se divide la misma (González, s.f.).

Las circunstancias descritas, generó en las investigadoras el interés de buscar alternativas de solución ante lo evidenciado en el diagnóstico estudiantil, a partir de lo cual, tomaron la decisión de diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar, Guajira. Accionar que tiene correspondencia con los señalamientos de Piaget (1997) al considerar que las matemáticas elementales ayudan a resolver problemas lógicos, por lo que refiere la aparición de un estadio operacional concreto el cual está relacionado con el desarrollo de la comprensión numérica de forma significativa al contar, lo por

Ausubel (2002) cuando expresó que el aprendizaje significativo se define como contenido de resolución de problemas lógicos matemáticos que implica una forma activa de pensamiento o acción directa del sujeto que aprende, lo que implica reorganizar, transformar o combinar tanto la representación cognitiva de la experiencia pasada como los elementos de la situación actual del problema para lograr un objetivo claro. A esto se suma la diferencia que existe entre los resultados diagnósticos con la teoría de Vygotsky (1979) para quien la apropiación del lenguaje oral en lo que se refiere a la dimensión metacognitiva del desarrollo la cual ubica las operaciones básicas matemáticas u otras áreas del saber.

De igual manera, la propuesta de intervención se corresponde con lo formulado por Barriga (2021) quien expresó que el método COPISI es un enfoque para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con énfasis en la resolución y aplicación de problemas, pues se orienta hacia lo concreto, gráfico y abstracto mediante la teoría para que los estudiantes puedan aprender matemáticas haciéndolas y beneficiándose de ellas. Para Yean Ban Har (s.f.), esta representación se basa en la experiencia y la interacción específica con ciertos elementos que parten de lo simbólico hasta el punto en que lo concreto es simbolizado por íconos, o más bien, por imágenes y representaciones pictóricas.

Explicaron Andrada y Bernabeu (2022) que una manera de aplicación de la metodología COPISI, consiste en la contextualización de los aprendizajes para que estos puedan desarrollarse en su adaptación al entorno. En este orden, los discentes logran resolver situaciones de tareas proponiendo alternativas de solución a una problemática, comprobando por sí mismos si es acertado o no. Del mismo modo, es el momento en que el pedagogo formula problemáticas complejas y a la vez realiza las correcciones precisas en correspondencia con lo que se desea lograr.

Además de la concomitancia con lo expresado por teóricos, también se mencionan los estudios preliminares, tal como el de Gajardo (2018) quien comprobó que la metodología de enseñanza COPISI, al ser implementada en el aula para enseñar operaciones matemáticas, se logró en los estudiantes competencias para la resolución de algoritmos de división y, por ende, mejoraron su rendimiento académico.

De igual forma, se relaciona con el trabajo de Dávila (2021), en la aplicación del método Singapur o COPISI, propició conocimientos en los discentes, ya que los escolares alcanzaron apropiarse de conocimientos que les permitieran clasificar los problemas aritméticos. También, Álvarez y Paranca (2023) en el análisis realizado en relación a la eficacia de la retroalimentación en la resolución de problemas matemáticos y en la percepción de la retroalimentación en estudiantes demostró en los resultados, que el programa aplicado fue eficaz en el nivel de logro de desempeño. Vale agregar, que los resultados tienen correspondencia con la investigación de Acosta (2021) quien demostró que la metodología COPISI es una herramienta que hace grandes aportes al proceso de aprendizaje, por tanto, es posible de aplicarla para el mejoramiento académico de los educandos.



### **3. Conclusiones**

Finalizado el recorrido de la investigación, desarrollado con la intención de fortalecer el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira, mediante la implementación de la metodología de enseñanza COPISI, abordado siguiendo los ciclos de Investigación Acción propuestos por Restrepo (2004), una vez analizados los resultados, seguidamente se comparte las conclusiones derivadas del proceso indagatorio, en correspondencia con los objetivos específicos.

La necesidad de una investigación en profundidad de las realidades problemáticas en los estudiantes, condujo al abordaje del primer objetivo específico, *diagnosticar en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira la situación actual en relación al aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones*, para tal fin se aplicó una rúbrica que evidenció que los educandos presentaron dificultad en la comprensión de conceptos básicos de las matemáticas y por tanto, no pudieron aplicarlos para resolver correctamente los problemas, así mismo, en la identificación de representaciones gráficas de fracciones.

También se observó falencias para la identificación gráficamente las partes de una fracción, comprender su significado y utilizarlas de manera efectiva, impidiéndoles visualizar cómo se sitúan en el contexto de los demás números, por ende, no logran entender su valor numérico y utilizarlo en situaciones cotidianas. También tuvieron deficiencias en cuanto a la clasificación de fracciones de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador, es decir, presentaron confusión con el numerador y denominador. En cuanto a la aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana presentaron dificultad para comprender su aplicación.

En relación al segundo objetivo, *diseñar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira*, a partir de las realidades detectadas en el diagnóstico se planificaron cuatro secuencias didácticas designadas con el título “Explorando el mundo de las fracciones con COPISI”, así pues, las

actividades se desarrollaron en cuatro sesiones de trabajo cuyos objetivos fueron: utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción, hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas, hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas e identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones. Los temas planificados en dichas secuencias fueron, adición y sustracción de números fraccionarios, multiplicación de números fraccionarios, división con números fraccionarios y la combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios

En relación al tercer objetivo, *implementar secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira*, estas secuencias se desplegaron en cuatro sesiones de trabajo, sin perder de vista la categoría operaciones básicas con fracciones a través de la metodología COPISI, siendo que, en la subcategoría Modo de pensamiento Analítico-Aritmético (AA-CO), se trabajó con el tema adición y sustracción de números fraccionarios y el objetivo, utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción. En la subcategoría Modo de pensamiento Sintético-Geométrico (SG-PI), la dinámica seguida fue “aprendiendo con las frutas”, las cuales sirvieron como material concreto para que las partieran en partes iguales, correspondiente a la fase Concreto (concreto-fase CO). Luego hicieron representaciones gráficas de las fracciones (representación de las fracciones-fase PI) para demostrar el aprendizaje de dichas operaciones (resultado numérico-fase SI).

En la segunda sesión de trabajo, abordada bajo el tema multiplicación de números fraccionarios, donde se buscó hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas, con la dinámica “agilidad al partir”, como material concreto (CO) se utilizaron hojas blancas para que los estudiantes las dividieran en partes iguales e hicieran su representación gráfica (PI) y de esa forma, obtener un resultado (SI).

En la tercera sesión, como tema de trabajo división con números fraccionarios mediante la metodología COPISI, pretendiendo así hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI, utilizando como dinámica “partiendo y repartiendo”, se enfrentó a los estudiantes a material concreto tales como una torta (CO) con el fin

de que la partieran en partes iguales (PI) para que seguidamente representaran (SI) gráficamente divisiones con números fraccionarios, así también, usaron material fotocopiado donde pudieron demostrar los aprendizajes logrados.

Para la cuarta sesión, bajo la temática combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI, pretendiendo que los educandos logaran identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI, seguido por la dinámica “endulzando tus momentos”, los discentes tuvieron la experiencia de manipular como material concreto (CO), tal fue la cocada de leche se les dio como instrucción dividirla en cinco partes iguales y con el uso de hojas hacer su respectiva representación gráfica (PI), posterior a ello presentar un resultado (representación numérica o simbólica-SI). Como instrumento se utilizó cuatro diarios de campo donde se sistematizó de manera organizada el proceso de desarrollo de las actividades en cada sesión, así como los logros alcanzados por los estudiantes.

En lo que respecta al cuarto objetivo específico de la investigación, *evaluar los logros de la aplicación de secuencias didácticas basadas en la metodología COPISI para el fortalecimiento de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira*, para ello se aplicó a los estudiantes una prueba con el fin de verificar los logros alcanzados al implementar las secuencias didácticas basadas en dicha metodología, comprobando como resultados que, en la categoría operaciones con fracciones a través de la metodología COPISI, subcategoría Modo de pensamiento Analítico Aritmético (AA-CO), en cuanto a la fase del método COPISI, Concreto (CO), los estudiantes lograron seleccionar correctamente la porción o parte en que se divide el todo, demostrando así, que desarrollaron habilidades para aplicar el pensamiento analítico mediante un material concreto.

En cuanto a la subcategoría Modo de pensamiento Geométrico (SG-PI), desde las representaciones pictóricas (PI) de cantidades fraccionadas acompañadas de su figura, pusieron de manifiesto el logro el desarrollo pensamiento geométrico desde el material pictórico. Dicho de otro modo, comprendieron el concepto de las operaciones básicas con fracciones. En lo que respecta a

la subcategoría Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI), en los ejercicios matemáticos formulados demostraron competencias para seleccionar efectivamente expresiones fraccionadas, por lo cual desarrollaron competencias en el Modo de pensamiento Analítico-Estructural haciendo uso de material simbólico o pensamiento abstracto o simbólico.

Estos resultados demostraron que el objetivo de investigación, fortalecer el aprendizaje de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa El Carmelo en el municipio de San Juan del Cesar-Guajira, mediante la implementación de la metodología de enseñanza COPISI.

#### **4. Recomendaciones**

Luego de haber compartido las conclusiones, las investigadoras, a partir del estudio ejecutado durante el logro de cada objetivo, ofrecen algunas recomendaciones que son aplicables al campo de la educación, visto así, para lograr resultados socialmente relevantes y válidos en relación con las demandas de la investigación pedagógicas las universidades deben promover actividades de investigación que se ajusten a las nuevas demandas de las tendencias educativas y que enfoquen el hecho de instrucción del estudiante en una relación precisa con el discernimiento, tendencias, campo de estudio, actualidad e intereses sociales.

Así mismo se recomienda a las universidades, promover colaboración interdisciplinaria, en el sentido de que se generen proyectos tendientes a mejorar la investigación mediante procesos innovadores para la educación matemática en general. Crear programas de apoyo dirigidos a jóvenes investigadores tales como de mentoría y becas para estudiantes de posgrado y posdoctorados en el área de matemáticas. Se sugiere, que los estudiantes de la Universidad Mariana continúen promoviendo propuestas de investigación basadas en necesidades reales y anticipen posibles obstáculos.

A las instituciones educativas, es de gran importancia que promuevan espacios que sugieran la transformación de las prácticas docentes en actividades a partir del contexto y que además sean novedosas y atractivas para los educandos, accionar en la que deben tenerse en cuenta sus necesidades e intereses, así como también incorporar factores motivacionales e inquietudes que impacten positivamente en su desarrollo. Además, es fundamental que los profesores se mantengan actualizados y se interesen por los nuevos desarrollos educativos, ampliando así sus conocimientos y aplicaciones.

A los coordinadores docentes se les insta a crear oportunidades para la capacitación y reflexión de los docentes, así como para compartir experiencias, con el fin de enriquecer los conocimientos y lograr prácticas pedagógicas más eficaces.

A los docentes, proponer experiencias de aprendizajes donde el desarrollo de competencias estudiantiles para las operaciones básicas de fracciones sea efectivo; así pues, deben asegurarse de que entiendan el concepto detrás de las fracciones antes de proceder a las operaciones, también deben relacionar las fracciones con situaciones cotidianas para que lleguen entenderlos y poderlos aplicar.

Otro aspecto a recomendar a los pedagogos es la evaluación de pre y post-intervención con el objeto de medir la efectividad del método COPISI en el aprendizaje de fracciones; comparar los resultados de dicho método con otras metodologías de enseñanza de fracciones para determinar sus ventajas y desventajas. Se considera importante el análisis cualitativo derivado de la aplicación de la metodología COPISI, por lo cual debe tomar en cuenta las entrevista o grupos focales con discentes y profesor para la obtención de una comprensión profunda de cómo dicho método afecta el aprendizaje.

El seguimiento a largo plazo, es necesario, ya que es esencial para la evaluación de la retención del conocimiento de fracciones mediante la referida metodología, sin dejar de lado la personalización del aprendizaje, en el sentido de investigar cómo se puede adaptar el método COPISI para la atención a diversos estilos de aprendizajes y necesidades individuales. De otro lado, se requiere la exploración sobre cómo las TIC pueden incorporarse a esta metodología para mejorar el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de operaciones básicas de fracciones. Es importante que los docentes sean adaptables y receptivos a las necesidades estudiantiles, utilizando una combinación de métodos para facilitar la comprensión y el dominio de las fracciones.

Resulta aquí interesante, recomendar a los docentes, que, al momento de formular situaciones de aprendizajes, es esencial utilizar prototipos que sean familiares para los alumnos, y en el caso de que se utilicen figuras geométricas, deben ser variadas y no estereotipadas. Esto evitará confusiones al creer que existen representaciones que pueden dividirse en fracciones y otras que no.

En cuanto a los estudiantes, se recomienda que, antes de utilizar el método COPISI, deben asegurarse de la comprensión conceptual básica de las fracciones; dedicar tiempo a la práctica de

problemas de fracciones utilizando la metodología mencionada, esto mejora la fluidez; utilizar herramientas de autoevaluación con el fin de monitorear su progreso en la comprensión del tema; trabajar en equipo es esencial para la discusión y resolución de problemas parciales, que pueden proporcionar nuevas perspectivas y mejorar el aprendizaje.

Otro asunto a recomendar a los discentes son los comentarios constructivos, para tal fin deben solicitar a los pedagogos y compañeros de clase para mejorar la comprensión de COPISI y así aprender la técnica a seguir para apropiarse de los conocimientos que requiere para aprender a resolver operaciones de fracciones ya que, al tener claridad, se es efectivo en la aplicación de conocimientos de dichas operaciones al mundo real y poder entonces ver cómo se usan en la práctica.

Es de interés decir que, se requiere, antes de aplicar el método COPISI, de entender los conceptos básicos de fracciones para poder alcanzar desarrollo en la fluidez. El trabajo en equipo es una clave en la aplicación de la metodología, lo que coadyuva a la discusión y resolución de problemas de fracciones, proporcionando nuevas perspectivas y mejoras en el aprendizaje. Teniendo precisado el panorama, los conocimientos de fracciones en situaciones del mundo real, será posible utilizarlos en la práctica cotidiana.

### **Referencias bibliográficas**

- Abarca, A., Sibaja, G., & Rojas, C. (2013). *Técnicas cualitativas de investigación*. San José de Costa Rica: UCR.
- Acosta, C. (2021). *Metodología para mejorar el aprendizaje del álgebra en primer año de bachillerato en la Unidad Educativa Jorge Washinton*. Universidad Tecnológica Indoamérica, Ecuador. Obtenido de <https://repositorio.uti.edu.ec/bitstream/123456789/2373/1/TRABAJO%20360%2C%20MEILE%205A%2C%20Acosta%20Gomez%20Cristian.pdf>
- Alcaide, J. (2015). *Fidelización de clientes*. Madrid: ESIC EDITORIAL.
- Almouloud. (2015). *Educación Matemática en las Américas: 2015* (Vol. Volumen 15: Resolución de Problemas). (P. (. Ruíz, Ed.) República Dominicana.
- Alvarado, L., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación de educación ambiental. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, vol. 9, núm. 2, diciembre, 2008, 187-202. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/410/41011837011.pdf>
- Álvarez, M., & Paranca, L. (2023). *Eficacia de la aplicación del programa "Retroalimentación como estrategia pedagógica para la mejora de la resolución de problemas matemáticos en el logro de desempeño de aprendizaje y la percepción de la retroalimentación en estudiantes del 3er. grado*. Universidad Católica San Pablo, Perú. Obtenido de <https://repositorio.ucsp.edu.pe/backend/api/core/bitstreams/96368c6b-a2d5-4a41-a464-85279686bf66/content>
- Andrada, M., & Bernabeu, M. (2022). Método COPISI para la construcción del proceso de adición a través de Next 1.0. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*. núm. 96, abril 2022.



Obtenido de [https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/123849/1/Andrada\\_Bernabeu\\_2022\\_Uno.pdf](https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/123849/1/Andrada_Bernabeu_2022_Uno.pdf)

Arenas, J., & Rodríguez, F. (2021). Enseñanza y aprendizaje del concepto fracción en la educación primaria: estado del arte. *Revista Cultura y Sociedad*. doi:DOI: 10.17981/cultedusoc.12.2.2021.03

Argueta, L. (2004). *Deserción de los docentes en el programa de desarrollo profesional de las escuelas oficiales de pre-primaria y primaria del área urbana y rural del municipio de Ipala Chuiquimula*. [Trabajo de grado. Universidad de San Carlos de Guatemala ]. Obtenido de [http://biblioteca.usac.edu.gt/tesis/07/07\\_0017.pdf](http://biblioteca.usac.edu.gt/tesis/07/07_0017.pdf)

Arias, E., Bos, M., Giambruno, C., & Zoido, P. (2022). *PISA 2022 en América Latina ¿Cómo fue la región?* Obtenido de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/America-Latina-y-el-Caribe-en-PISA-2022-omo-le-fue-a-la-region%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/America-Latina-y-el-Caribe-en-PISA-2022-omo-le-fue-a-la-region%20(1).pdf)

Ausubel, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2 ed.). México: Trillas.

Ávila, A. y Solares, A. (2014). *Educación mayemática*. México: Santillana.

Barriga, F. (2021). *COPISI: Enseñar a través de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas*. Obtenido de <https://www.umaximo.com/post/copisi-ensenar-a-traves-de-representaciones-concretas-pictoricas-y-simbolicas>

Beltrán, S., & Ortíz, J. (2021). Los paradigmas de la investigación: un acercamiento teórico para reflexionar desde el campo de la investigación educativa. *RIDE. Rev. Iberoam. Investig. Desarro. Educ vol.11 no.21 jul./dic. 2020 Epub 23-Abr-2021*. doi:<https://doi.org/10.23913/ride.v11i21.717>

Bisquerra, R. (2014). *Metodología de Investigación Educativa*. Barcelona, España: La Muralla, S.A. 2da. Edición.

- Brito, A. (2020). *Enseñanza diferencial de las matemáticas en estudiantes con posibles síntomas de discalculia en edad de 7 – 9 años de la Institución Educativa Eusebio Septimio Mari, del distrito de Riohacha – La Guajira*. Universidad Autónoma de Nariño, Río hacha, La Guajira-Colombia. Obtenido de <https://repositorio.uan.edu.co/items/fbf41d3b-4e83-48f6-8b13-8ccef804c894>
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en Educación primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), 33-45. Obtenido de <file:///C:/Users/HP%202024/Downloads/Dialnet-ElAprendizajeDeFraccionesEnEducacionPrimaria-4892957.pdf>
- Calderón, C. (2016). *La Investigación Cualitativa en Atención Primaria: aspectos teóricos y ámbitos de aplicación*. Barcelona: Fundación Doctor Robert.
- Calderón, D. y Quiroz, K. (2018). *Las fracciones y sus usos desde la teoría. Modos de de pensamiento*. [Trabajo de maestría. Universidad de Medellín], Medellín. Obtenido de [https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/4977/T\\_ME\\_282.pdf](https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/4977/T_ME_282.pdf)
- Cámac, M. Delgado, M. Reyes, T... y Ramos, A. (2023). *El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases*. Perú: Mar Caribe de Josefrank Pernalet Lugo
- Campos, G., & Lule, N. . (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmai*. VII (13), 45-60, Enero-junio de 2012, Universidad La Salle. Obtenido de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-LaObservacionUnMetodoParaElEstudioDeLaRealidad-3979972%20\(5\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-LaObservacionUnMetodoParaElEstudioDeLaRealidad-3979972%20(5).pdf)
- Cano, D. (2021). *Herramientas TIC para la enseñanza de las matemáticas en tiempos del Covid-19*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia-UNAD, Soacha. Obtenido de <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/43280/dccanov.pdf?sequence=1>

Cárdenas, P. y Otavalo, W. (2021). *Elaboración de material concreto para la enseñanza de operaciones básicas en el bloque de Álgebra y Funciones de Educación General Básica Superior*. [Trabajo de grado. Universidad de Cuenca]. Obtenido de <https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/36616/1/Trabajo%20de%20Titulacion%2001.pdf>

Castellanos, L. (2017). *Metodología de la Investigación*. Obtenido de <https://lcmetodologiainvestigacion.wordpress.com/2017/03/02/tecnica-de-observacion/>

CEPAL. (4 de julio de 2023). *Educación en América Latina y el Caribe*. Obtenido de Cepal: <https://www.cepal.org/es/infografias/educacion-america-latina-caribe>

Cifuentes, W. (2011). *Propuesta de enseñanza para el aula. Ecuaciones y modelos*. [Trabajo de maestría. Universidad Nacional de Colombia], Medellín. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/9119/98534613.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Código de Nüremberg. (1945). *Normas éticas sobre experimentación en seres humanos*. Obtenido de <https://www.medicina.uanl.mx/investigacion/wp-content/uploads/2019/05/21-codigo-de-nucc88remberg.pdf>

Código Internacional de Ética Medica. (2022). *Código Internacional de Ética Medica de la AMM*. Berlin: Asociación Médica Mundial.

Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994). *Ley 115. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf)

Constitución Política de Colombia. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Bogotá. Obtenido de <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=4125>

- Corbeta, P. (2007). *Metodología y técnicas de investigación social*. Madrid-España: Mc Graw Hill.
- Coronel, C. (2023). Los objetivos de la investigación. *Revista Archivo Médico de Camagüey*, 27. Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1025-02552023000100048](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-02552023000100048)
- Dávila, J. (2021). *Análisis de organizaciones matemáticas del Método Singapur para la resolución de problemas aritméticos*. [Trabajo de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú]. Obtenido de <https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.1240>
- Del Amo, I. (s.f.). *Clasificación de fracciones: propias, impropias y unitarias*. Obtenido de <https://www.smartick.es/blog/matemáticas/fracciones/clasificacion-de-fracciones/>
- Denzin, N., & Lincoln, Y. (2015). *El campo de la investigación cualitativa*. Gedisa. Vol. 1. Obtenido de <https://metodo3.sociales.uba.ar/wp-content/uploads/sites/169/2014/10/Denzin-Norman-K.-Lincoln-Yvonna-S.-Introducci%C3%B3n-general.-La-investigaci%C3%B3n-cualitativa-como-disciplina-y-como-pr%C3%A1ctica.pdf>
- Gajardo, F. (2020). *Metodología de enseñanza COPISI para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico*. Universidad de Concepción, Chile. Obtenido de <https://1library.co/document/ydj8wkey-metodologia-ensenanza-copisi-aprendizaje-algoritmo-division-basico.html>
- García, M. (2021). *¿Por qué en Latinoamérica somos tan malos en matemáticas?* Obtenido de <https://www.marionomics.com/mas-alla-de-las-formulas-matematicas/>
- García, M., Belmonte, M., & Galián, B. (2017). Opinión del alumnado sobre el empleo de rúbricas en la Universidad. *Estudios Pedagógicos*. *Estudios Pedagógicos*, XLIII(2). Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=173553865005>

González, D. (s.f.). *Introducción a las fracciones*. Obtenido de <https://www.smartick.es/blog/maticas/fracciones/introduccion-a-las-fracciones/>

Gutiérrez, Y., & Martínez, E. (2021). *Fortalecimiento del aprendizaje de las operaciones básicas del área de matemáticas mediante la implementación de la tecnología, arte y juego (TAJ) en estudiantes de grado tercero del colegio Provincial San José sede Gabriela Mistral*. Universidad de Pamplona. Obtenido de [http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/bitstream/20.500.12744/6427/1/Gutierrez\\_Martinez\\_2021\\_TG.pdf](http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/bitstream/20.500.12744/6427/1/Gutierrez_Martinez_2021_TG.pdf)

Hernández, I. Recalde, J. y Luna, J. (2015). Estrategia didáctica: una competencia docente en la formación para el mundo laboral. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 11(1), 73-94. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/1341/134144226005.pdf>

Hernández, R.; Fernández C, y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. Mexico: Mc Graw Hill.

Herrera, C. y Villafuente, C. (2023). Estrategias didácticas en la educación. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 7(28), 758 - 772. Obtenido de <http://www.scielo.org.bo/pdf/hrce/v7n28/a18-758-772.pdf>

Hidalgo, F. (11 de enero de 2023). *Las adicciones suelen ser difíciles de superar y pueden requerir tratamiento médico y psicológico*. Obtenido de Topdoctors: <https://www.topdoctors.es/articulos-medicos/las-adicciones-suelen-ser-dificiles-de-superar-y-pueden-requ>

Hurtado, J. (2012). *Metodología de la investigación: Guía para una comprensión holística de la ciencia*. Caracas: Ciega-Sypal y Quirón.

Icfes. (2022). *Informe nacional de resultados*. Obtenido de [https://www.icfes.gov.co/documents/39286/19845423/Informe\\_saber\\_359\\_06\\_2022.pdf](https://www.icfes.gov.co/documents/39286/19845423/Informe_saber_359_06_2022.pdf)

- Jaramillo, L. y Puga, L. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(21), 31-55. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441849209001.pdf>
- Juárez, M. y Aguilar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en primaria. *Números. revista Didáctica de las Matemáticas*, 98, 75-86. Obtenido de <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/el-metodo-singapur-propuesta-para-mejorar-el-aprendizaje-de-las-matematicas-en-primaria/>
- La Torre, A. (2003). *La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. España: Grao.
- Leal, S. y Bong, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 39(84), 71-93. Obtenido de [https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1010-29142015000100004](https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142015000100004)
- Maeyoshimoto, J. Granchetti, H, y Idoyaga, I. (s.f.). El uso y la cantidad de información de gráficos en un libro de texto de física universitaria. *Revista de Enseñanza de la Física*, 28(Extraordinario), 287-295. Obtenido de <file:///C:/Users/HP%202024/Downloads/admin,+Journal+manager,+Trabajo+46.pdf>
- Marín, L. (2007). La noción de paradigma. Signo y Pensamiento. *Revista Javeriana*, 34-45. Obtenido de <https://revistas.javeriana.edu.co/index.php/signoypensamiento/article/view/3705>.
- Mata, L. (2019). *El enfoque cualitativo de investigación*. Obtenido de <https://investigaliacr.com/investigacion/el-enfoque-cualitativo-de-investigacion/>
- Metas Educativas. (2021). *Metas educativas 2021: Estudio de costos*. Santiago de Chile: CEPAL .
- Ministerio de Educación de Costa Rica. (2023). *Lineamientos técnicos para la elaboración de la prueba comprensiva de cierre de ciclo para el estudiantado que cuenta con el apoyo curricular*

*significativo*. Costa Rica: Dirección de Desarrollo Curricular. Obtenido de [https://ddc.mep.go.cr/sites/all/files/ddc\\_mep\\_go\\_cr/adjuntos/lineamientos\\_prueba\\_compreensiva\\_de\\_cierre\\_de\\_ciclo\\_2023.pdf](https://ddc.mep.go.cr/sites/all/files/ddc_mep_go_cr/adjuntos/lineamientos_prueba_compreensiva_de_cierre_de_ciclo_2023.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (1999). *Lineamientos Curriculares Idiomas Extranjeros*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá: MEN. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá: Santillana.

Ministerio de Salud. (4 de octubre de 1993). *Resolución N° 8430. Por la cual se establecen las normas científicas, técnicas y administrativas para la*. Obtenido de <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/DE/DIJ/RESOLUCION-8430-DE-1993.pdf>

Moreno, F. (2022). *Enseñanza de los números racionales mediante el aprendizaje situado desde un proyecto hortícola en el grado 7° del Centro Etnoeducativo N.º 15, de Riohacha, La Guajira*. Trabajo de Grado. Universidad de La Guajira. Obtenido de <https://repositoryinst.uniguajira.edu.co/bitstream/handle/uniguajira/647/Proyecto%20de%20Profundizacion%20MPTIC%20-%20Federman%20Moreno%20281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Mota, J. (2024). *Comprensión de conceptos y operaciones con fracciones matemáticas mediada por las Tic en grado séptimo del Colegio Comfandi Palmira*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD. Obtenido de <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/62007/jhmottac.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Nava, J. (2017). La esencia del conocimiento. El problema de la relación sujeto-objeto y sus implicaciones en la teoría educativa. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(15). Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/4981/498154006032/html/>
- Ochoa, M. y Saldaña, J. (2020). *El juego como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en séptimo año de EGB de la Unidad Educativa Luis Cordero*. [Trabajo de grado. Universidad Nacional de Educación], Azogues, Ecuador. Obtenido de <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1402/1/PROYECTO%20DE%20TITULACI%C3%93N%20Ochoa%20y%20Salda%C3%B1a.pdf>
- Orellana, C. (2017). La estrategia didáctica y su uso dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje en el contexto de las bibliotecas escolares. *E-Ciencias de la Información*, 7(1), 134-154. Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/4768/476855013008/html/>
- Ortega, H. (2022). *Principales dificultades de aprendizaje de las matemáticas en educación básica primaria, consecuencias y posibles tratamientos*. [Trabajo de grado. Universidad Nacional Abierta y a Distancia - UNAD]. Obtenido de <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/48658/hdortegag.pdf?sequence=1>
- Ortega, C. (s.f.). *Diario de campo: Qué es y cómo utilizarlo*. Obtenido de <https://www.questionpro.com/blog/es/diario-de-campo/>
- Paenza, A. (2005). *Matemática... ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Parra, D. (2020). *Método gráfico para la enseñanza de las fracciones mediado con geogebra y la teoría de los registros de representación*. Universidad de Caldas. Obtenido de [https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/16704/DianaMarcela\\_ParraCortes\\_2021PDF.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/16704/DianaMarcela_ParraCortes_2021PDF.pdf?sequence=1&isAllowed=y)



- Parraguez, G. (2012). *Teoría los Modos de Pensamiento. Didáctica de la Matemática*. Chile: Instituto de Matemáticas -PUCV.
- Patiño, K. Prada, R. y Hernández, C. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su proceso de enseñanza y aprendizaje. *Revista Boletín REDIPE*, 10(9), 459-471. Obtenido de <file:///C:/Users/HP%202024/Downloads/Dialnet-LaResolucionDeProblemasMatematicosYLosFactoresQueI-8114577.pdf>
- Pérez, H., Ortega, L., & Muegues, W.,. (2021). Aprendizaje de las matemáticas a través de estrategias colaborativas de integración con la educación física dentro de la plataforma Moodle. *Revista UNIMAR*, 40(2), 217-239. doi:<https://doi.org/10.31948/Rev.unimar/unimar40-2-art10>
- Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-194. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140388008.pdf>
- Piaget, J. (1978). *la equilibracion de la estructuras cognitivas*. Mexico: Sglo XXI Editores.
- Piñero, M. y Rivera, M. (2012). *Investigación cualitativa: orientaciones procedimentales*. Barquisimeto, Venezuela: Fundein Upel.
- Porlán, R. y Martín, J. (2010). *El diario del profesor. Un recurso para a investigación en el aula*. DAIDA EDITORA S.L.
- Ramírez, M., Di Gropello. E., Yanez, M., & Vargas, M. (2021). *La crisis de aprendizaje en las aulas de Latinoamérica*. Obtenido de <https://blogs.worldbank.org/es/latinamerica/la-crisis-de-aprendizaje-en-las-aulas-de-latinoamerica>
- Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y Educadores*, núm. 7, 2004, pp. 45-55. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/834/83400706.pdf>

- Revelo, S. y Yáñez, N. (2023). Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: una revisión documental. *MENTOR, Revista de Investigación Educativa y Deportiva*, 2(4). Obtenido de <https://revistamentor.ec/index.php/mentor/article/view/5304/4397>
- Ricoy, M. (2005). La prensa como recurso educativo. Complejidad y pertinencia de su uso en la educación de adultos. *Revista mexicana de investigación educativa (RMIE)*, vol.10 no.24 Ciudad de México ene./mar. 2005. Obtenido de [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-66662005000100125](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662005000100125)
- Rocoy, M. (2005). La prensa como recurso educativo. Complejidad y pertinencia de su uso en la educación de adultos. *RMIE (Revista mexicana de investigación educativa) vol.10 no.24, ene./mar. 2005.* Obtenido de [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-66662005000100125](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662005000100125)
- Rodríguez, E. (2022). *Matemáticas escolares emergentes en la elaboración de la mochila Wayúu: un estudio de observación participante en estudiantes de séptimo grado*. Informe de Grado. Universidad Distrital Francisco de Caldas. , Riohacha, La Guajira-Colombia. Obtenido de <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/29319>
- Rodríguez, P. (2023). *Estudiantes colombianos se rajaron en las pruebas Pisa: estas son las propuestas de la ministra de Educación para mejorar los resultados*. Obtenido de <https://www.infobae.com/colombia/2023/12/06/estas-son-las-propuestas-de-la-ministra-de-educacion-luego-de-los-malos-resultados-de-colombia-en-las-pruebas-pisa-2022/>
- Rodríguez, Y. (2022). *Metodología de la investigación*. México: Klik Soluciones Educativas.
- Román, L. (2019). Evaluar con rúbricas: qué son, cómo aplicarlas y cuáles son sus beneficios. 3.0. Obtenido de Educación 3.0.: <https://www.educaciontrespuntocero.com/noticias/evaluar-con-rubricas/105774.html>

Saavedra, J. y Regalía, F. (11 de diciembre de 2023). *banco Mundial*;. Obtenido de La crisis de aprendizaje que afecta a los adolescentes en América Latina y el Caribe: Un primer vistazo a los nuevos resultados de PISA: <https://blogs.worldbank.org/es/latinamerica/crisis-aprendizaje-america-latina-caribe-resultados-pisa>

Sacristán, J. (2016). *La educación quw aún es posible*. España: Morata.

Sesento, L. (2021). La formación humanista en educación superior. Programas de tutorías en las universidades. *Innovaciones Educativas*, 23(34), 70-80. Obtenido de [https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2215-41322021000100070](https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2215-41322021000100070)

Tamayo, M. (2004). *El proceso de la investigación científica*. Limusa.

Tipán, A. Zavala, M. Maldonado, I .. y Vizcaino, P. (2023). Optimización de la enseñanza de las operaciones matemáticas básicas en estudiantes de primaria a través de la mejora curricular: una propuesta innovadora. *Ciencia Latina. Revista Científica Multidisciplinar*. Obtenido de <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/6619/10099>

Umbacia, E. (2019). *Prácticas pedagógicas de los docentes: enseñanza y didáctica de las matemáticas en el nivel básica secundaria de la Institución Educativa Distrital Juan Evangelista Gómez*. [Trabajo de maestría. Universidad Militar Nueva Granada]. Obtenido de <https://repository.unimilitar.edu.co/handle/10654/32693>

UNESCO. (2004). *Educación para todos: el imperativo de la calidad; Informe de seguimiento de la EPT en el mundo*. París: Unesco.

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. (2019). *Catálogo de Rúbricas*. Obtenido de [https://www.uaeh.edu.mx/division\\_academica/educacion-media/catalogo-rubricas/2019/catalogo-de-rubricas.pdf](https://www.uaeh.edu.mx/division_academica/educacion-media/catalogo-rubricas/2019/catalogo-de-rubricas.pdf)

Vargas, N. (2019). *Aprendizaje Basado en Proyectos mediados por TIC para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Obtenido de [https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/handle/001/3211/Aprendizaje\\_basado\\_TIC.pdf?sequence=1](https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/handle/001/3211/Aprendizaje_basado_TIC.pdf?sequence=1)

Vygotsky, L. (1968). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editora Revolucionaria.

WebEscolar. (2010). *Importancia de la Recolección de datos*. Obtenido de <https://www.webscolar.com/importancia-de-la-recoleccion-de-datos#:~:text=El%20instrumento%20de%20recolecci%C3%B3n%20de,de%20manera%20directa%20o%20indirecta.>

Yeap Ban Har. (s.f.). *Aprender matemáticas y divertirse es posible con el Método Singapur*. Obtenido de <https://www.educaciontrespuntocero.com/entrevistas/yeap-ban-har-matematicas-metodo-singapur/>

**Anexos**

Anexo A. Consentimiento informado

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

En este consentimiento informado usted, como Rector y bajo las funciones que le competen, declara por escrito su libre voluntad de permitir el desarrollo de la investigación "Metodología de enseñanza COPISI para el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas con fracciones mediante prácticas pedagógicas en octavo grado en la Institución Educativa "El Carmelo" en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira" adelantada por la Línea de Investigación "Formación y Prácticas Pedagógicas" específicamente en el área de las prácticas pedagógicas vinculado a la temática operaciones básicas con fracciones y metodología COPISI de la Maestría en Pedagogía de la Universidad Mariana, luego de comprender en que consiste la investigación.

**Objetivo de la investigación:** Determinar la incidencia de la metodología de enseñanzas COPISI en el fortalecimiento del aprendizaje de operaciones básicas con fracciones mediante prácticas pedagógicas en octavo grado de la Institución Educativa "El Carmelo" en el municipio de San Juan del Cesar Departamento de La Guajira.

**Justificación de la investigación:** el docente de hoy requiere de prácticas pedagógicas planteadas en las Bases Curriculares lo que implica el abordaje de contenidos programáticos cubriendo de esta manera, las áreas del desarrollo cognitivo de los estudiantes arrojando un significado a lo aprendido en función de las operaciones básicas con fracciones. Por tanto, se justifica al promover el pensamiento matemático como esa capacidad del estudiante de entender, razonar y reflexionar sobre las relaciones que existen en el mundo que le rodea, es decir, comprender, crear y saber utilizar estas habilidades para desenvolverse en la sociedad.

**Procedimiento:** La investigación se implementará a partir de talleres pedagógicos en tres (3) sesiones de clases, con los estudiantes y docentes. I) Valoración de los preconceptos de los estudiantes acerca de las operaciones básicas con fracciones, II) Implementación de una propuesta de intervención (Diseño de talleres pedagógicos), estructurada con tres fases, apertura, desarrollo y cierre, III) Reflexión pedagógica del docente considerando los aprendizajes después de aplicada la propuesta.

**Beneficios:** Investigar sobre las operaciones básicas con fracciones, permitirá dar un paso adelante en el campo de la pedagogía ya que pretende mejorar los resultados de los estudiantes de la institución "El Carmelo" en el campo de las matemáticas, mediante el uso de la metodología de enseñanza COPISI. Además, es un desafío académico que permitirá a las docentes investigadoras estar en contacto con herramientas y métodos para realizar y comunicar las matemáticas.

**Factores y riesgos:** los riesgos son mínimos o casi nulos, ya que no se realizan experimentos ni se manipularán objetos que contravengan el bienestar físico, biológico, fisiológico, psicológico y social de los estudiantes de la institución "El Carmelo"

**Garantía de libertad:** la participación en el estudio es libre y voluntaria, bajo ningún concepto se obligará a participar sin que ello genere algún tipo de consecuencias.

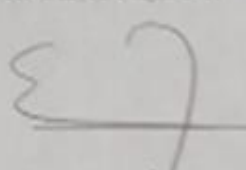
**Garantía de información:** los participantes recibirán información significativa y respuesta a cualquier inquietud que surja durante el estudio.

**Confidencialidad:** los nombres propios serán obviados y toda la información que la institución "El Carmelo" proporcione será tratada con un carácter privado bajo estricta confidencialidad.

**Recursos económicos:** en caso de arrear gastos durante el proceso investigativo, serán cubiertos con el presupuesto de la investigación.

**A quien contactar:** En caso que se requiere por parte de las autoridades de la institución "El Carmelo" algún tipo de información se puede contactar a: Delina Milena Maestra Orozco, móvil 3165084372 y Gisela Ruiz Ospino móvil 3206839629.

Certifico que he leído la anterior información y que entiendo su contenido. Se firma en el municipio de San Juan del Cesar, La Guajira a los 21 días, del mes de febrero del año 2022.

  
Firma del rector.

**Anexo B. Validación de Experto 1**

NOMBRE: Aris Matilde Pumarejo Caballero

CARGO: Docente FORMACIÓN: Licenciada en Básica con énfasis en Humanidades Lengua Castellana y Magister en Pedagogía

1. Valoración global del conjunto de preguntas del instrumento

MUY BIEN X BIEN \_\_\_\_ REGULAR \_\_\_\_ MAL \_\_\_\_

2. Considera que están expresadas con claridad las variantes del estudio: SI X NO\_\_

3. La longitud del instrumento es: EXCESIVA \_\_\_\_ ADECUADA X CORTA \_\_\_\_

4. Las preguntas están categorizadas: BIEN X REGULAR \_\_\_\_ MAL \_\_\_\_

5. El número de ítems asignados a cada variable es el adecuado: SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_

6. Es necesario añadir nuevas preguntas: SI \_\_\_\_ NO X

7. En caso de creer que es necesario añadir algún otro ítem diga cuales:

8. En caso de creer que hay que suprimir ítems diga cuales:

9. El lenguaje expresado en el instrumento es claro: SI X NO \_\_\_\_

10. Las preguntas están expresadas con precisión: SI X NO \_\_\_\_

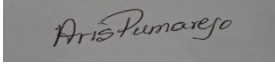
11. Indique descriptores básicos que encuentran en este instrumento:

Los descriptores básicos están organizados de tal forma que los instrumentos prueba escrita y diario de campo permiten obtener información de primera mano sobre

12. Representa las categorías y subcategorías

13. Haga por favor un comentario del instrumento:

Los instrumentos presentados por los maestrantes, son coherentes con los objetivos planteadas en la investigación, están redactados en un lenguaje de fácil comprensión, que además se corresponde con el grado de escolaridad del personal objeto de investigación, también están presentes los principios de las operaciones básicas con fracciones.



Nombre: Aris Matilde Pumarejo Caballero  
CC 36592103

**Anexo C. Validación de experto 2**

NOMBRE: Gladys Perozo

CARGO: Docente FORMACIÓN: Licenciada en Educación Lengua Castellana y Magister en Administración de la Educación Básica. Dr en Innovaciones Educativas

1. Valoración global del conjunto de preguntas del instrumento

MUY BIEN X BIEN \_\_\_\_ REGULAR \_\_\_\_ MAL \_\_\_\_

2. Considera que están expresadas con claridad las variantes del estudio: SI X NO \_\_

3. La longitud del instrumento es: EXCESIVA \_\_\_\_ ADECUADA X CORTA \_\_\_\_

4. Las preguntas están categorizadas: BIEN X REGULAR \_\_\_\_ MAL \_\_\_\_

5. El número de ítems asignados a cada variable es el adecuado: SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_

6. Es necesario añadir nuevas preguntas: SI \_\_\_\_ NO X

7. En caso de creer que es necesario añadir algún otro ítem diga cuales:

8. En caso de creer que hay que suprimir ítems diga cuales:

9. El lenguaje expresado en el instrumento es claro: SI X NO \_\_\_\_

10. Las preguntas están expresadas con precisión: SI X NO \_\_\_\_

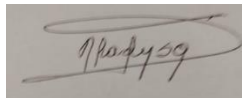
11. Indique descriptores básicos que encuentran en este instrumento:

Los descriptores básicos están organizados de tal forma que los instrumentos prueba escrita y diario de campo permiten obtener información de primera mano sobre

12. Representa las categorías y subcategorías

13. Haga por favor un comentario del instrumento:

Los instrumentos presentados por los maestrantes, son coherentes con los objetivos planteadas en la investigación, están redactados en un lenguaje de fácil comprensión, que además se corresponde con el grado de escolaridad del personal objeto de investigación, también están presentes los principios de las operaciones básicas con fracciones.



Nombre: Gladys Perozo

C: 7742907



**Anexo D. Instrumento de diagnóstico**

**Rúbrica**

Criterios de evaluación	Niveles de desempeño			
	Excelente	Bueno	Regular	Por mejorar
	Conceptos de fracciones	Comprendió todos los conceptos de matemáticas (Operaciones básicas, y los aplica para resolver correctamente todos los ejercicios.	Comprendió los conceptos de matemáticas, lo que le permite resolver correctamente la mayoría de los ejercicios.	Comprendió algunos conceptos de matemáticas y los aplica para resolver correctamente más de la mitad de los ejercicios
Representación gráfica de fracciones	Identificó todas las representaciones gráficas de fracciones	Identificó la mayoría de representaciones gráficas de fracciones	Identificó algunas representaciones gráficas de fracciones	No identificó las representaciones gráficas de fracciones
Identificación gráfica de las partes de una fracción	Identificó todas las partes de una fracción	Identificó la mayoría de las partes de una fracción	Identificó algunas de las partes de una fracción	No identificó las partes que comprende una fracción
Clasificación de fracciones de acuerdo a la relación entre el numerador y su denominador	Clasificó las fracciones de acuerdo a la relación entre numerador y su denominador	Clasificó algunas fracciones de acuerdo a la relación entre numerador y su denominador	Clasificó algunas fracciones de acuerdo a la relación entre numerador y denominador	No clasificó las fracciones de acuerdo a la relación entre numerador y denominador
Aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana	Comprendió en su totalidad la aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida diaria	Comprendió en su mayoría la aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana	Comprendió algunas aplicaciones de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana	No comprendió la aplicación de los conceptos de fracciones en situaciones de la vida cotidiana
Resolución de problemas involucrando las operaciones básicas	Resolvió todos los problemas involucrando las operaciones básicas matemáticas	Resolvió la mayoría de los problemas involucrando las operaciones básicas matemáticas	Comprendió algunos problemas involucrando las operaciones básicas matemáticas	No resolvió los problemas donde debió involucrar las operaciones básicas matemáticas

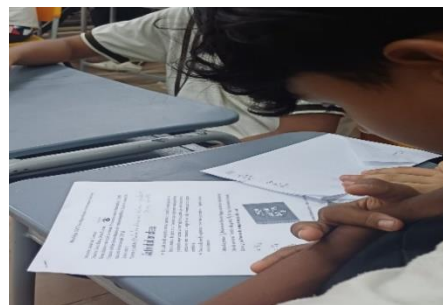
Anexo E. Diario de campo 1

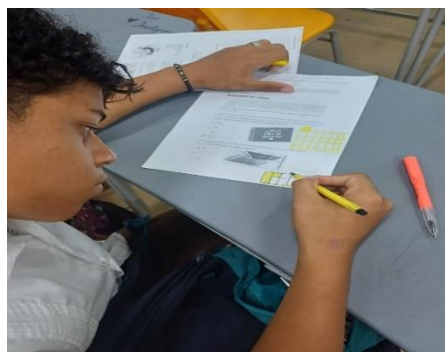
Diario de campo 1		
Primera sesión		
<b>Tema:</b> adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI		
<b>Objetivo:</b> utilizar números fraccionarios para resolver problemas de adición y sustracción mediante la metodología COPISI		
<b>Fecha:</b> 6 de junio, 2024	<b>Lugar:</b> institución educativa el Carmelo (sala de informática)	
Aspectos	Descripción	Idea principal
Actividades de inicio etapa de interpretación (pensamiento numérico)	Iniciamos con los buenos días y luego realizamos una breve oración, acto seguido se hizo un recuento de la metodología COPISI. Realizamos la dinámica llamada aprendiendo con las frutas que consistió en repartir a cada grupo de estudiantes una fruta la cual partieron en partes iguales y luego consumieron las deseadas de tal manera que un representante de cada grupo pasó al tablero y explico en cuantas partes partieron la fruta y cuantas partes consumieron y representaron de manera pictórica y simbólica cada respuesta.	Introducir de manera dinámica a los estudiantes al tema a desarrollar
Actividades de desarrollo etapa de la comprensión (pensamiento numérico)	Al inicio del desarrollo de la actividad se realizó una breve explicación en el tablero sobre el tema sobre adición y sustracción de números fraccionarios mediante la metodología COPISI por parte de la docente, se organizaron los grupos de tres estudiantes a los cuales se les entrego las actividades en las cuales identificaron que operación debían aplicar y resolvieron cada uno de los problemas plasmados con gran entusiasmo en los cuales se fueron resolviendo dudas con sus compañeros y docentes.	Dar a conocer de manera clara el nombre y objetivo del tema a desarrollar
Actividades de cierre, etapa de análisis (pensamiento numérico)	Para finalizar la sección 1 Los estudiantes resolvieron interrogantes con el acompañamiento del docente con el fin de evaluar los conocimientos adquiridos. ¿Te facilitó la metodología COPISI la resolución de problemas con fracciones?, ¿el conocimiento adquirido fue de gran utilidad en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿ya habían aplicado la metodología COPISI en alguna de sus clases?	Evaluar de manera práctica y analítica los conocimientos adquiridos
Síntesis: participación de	La participación de los estudiantes en grupo fue muy activa todo se vieron muy involucrados en la actividad y en el momento de las respuestas todos querían pasar al tiempo.	

estudiantes, trabajo en grupo	
Síntesis: Reflexión Sección terminada	Excelente la terminación de la actividad sobre sustracción y adición de fracciones ya que los estudiantes mostraron mucha claridad al momento de solucionar e identificar problemas y su participación muy activa y de forma ordenada.

**Evidencias**

**Material concreto**

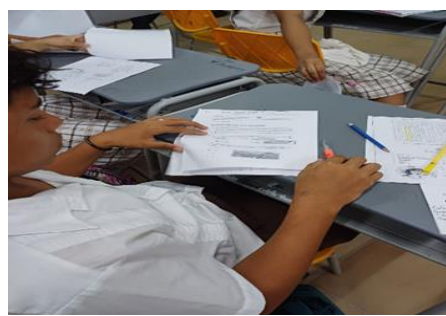




Anexo F. Diario de campo 2

Diario de campo 2		
Segunda sesión		
multiplicación de números fraccionarios mediante la metodología COPISI		
<b>Objetivo:</b> hallar la multiplicación entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI		
<b>Fecha:</b> 7 de junio 2024	<b>Lugar:</b> institución educativa el Carmelo (sala de informática)	
Aspectos	Descripción	Idea principal
Actividades de inicio etapa de interpretación (pensamiento numérico)	Iniciamos con los buenos días a los estudiantes de forma inmediata se realizó la dinámica titulada agilidad al partir la cual consistió en entregar a los estudiantes una hoja de block la cual debían partir en partes iguales y luego colorear las partes que quisieran, representando cada respuesta de forma gráfica y numérica la cual debían intercambiar con sus compañeros y docentes para corregir errores.	Revisar los conocimientos previos de cada estudiante mediante una dinámica.
Actividades de desarrollo etapa de la comprensión (pensamiento numérico)	La clase se desarrolló con la proyección de un video sobre multiplicación de fracciones, (televisor Smart).luego el docente reforzó el tema con una breve explicación en el tablero, luego se repartió a cada estudiante la actividad impresa a trabajar en la cual resolvieron los diferentes problemas de multiplicación de fracciones, la cual se desarrolló de manera creativa ya que los estudiantes interactuaron saberes con sus compañeros y docentes, ya al terminar cada problema fueron resueltos en el tablero y se corrigieron cada uno de los errores.	Desarrollar de manera activa el tema y actividad para lograr que el aprendizaje que adquieran los estudiantes sea significativo.
Actividades de cierre, etapa de análisis (pensamiento numérico)	Para finalizar la sección 2 Los estudiantes resolvieron interrogantes con el acompañamiento del docente con el fin de evaluar los conocimientos adquiridos. ¿Qué tal te fue identificando el material concreto, el pictórico y el simbólico?, ¿Qué aprendizaje te dejó la actividad de hoy?, ¿Qué puedes decir sobre la metodología COPISI?	Evaluar de manera práctica y analítica los conocimientos adquiridos
Síntesis: participación de estudiantes, trabajo en grupo	Esta vez la participación la resolución de los problemas se realizó de forma individual, pero de igual manera los estudiantes al terminar cada actividad la socializaron con sus compañeros y el docente con la finalidad de analizar cada respuesta.	
Síntesis: Reflexión Sección terminada	Muy gratificante la terminación de esta actividad ya que cada estudiante demostró sentido de pertenencia al momento de desarrollar cada uno de los momentos de la actividad.	

### Evidencias Material concreto



Anexo G. Diario de campo 3

Diario de campo 3		
Tercera sesión		
división con números fraccionarios mediante la metodología COPISI		
<b>Objetivo:</b> hallar la división entre dos números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI		
<b>Fecha:</b> 11 junio 2024	<b>Lugar:</b> institución educativa el Carmelo (dentro del aula)	
Aspectos	Descripción	Idea principal
Actividades de inicio etapa de interpretación (pensamiento numérico)	Se inició la clase saludando e invitando a los estudiantes a realizar la oración al creador. Luego la profesora explicó el objetivo de la clase y formó grupo de tres integrantes para entregar una torta pequeña a cada grupo donde cada uno dividió la torta en partes iguales y luego la representaron en fracciones, después se pudo degustar mucho su sabor. Los estudiantes se sintieron muy motivados durante esta actividad puesto que todos trabajaron de manera agradable en equipo.	Interpretar a través de la dinámica como se da la división de las fracciones.
Actividades de desarrollo etapa de comprensión (pensamiento numérico)	Partiendo de la actividad de inicio la docente pudo explicar el tema sobre división con números fraccionarios para resolver problemas mediante la metodología COPISI entregándoles un material fotocopiado para grupo de tres integrantes. Durante esta actividad muchos estudiantes se observaron concentrados e inquietos por resolver las preguntas a tiempo, algunos estuvieron distraídos y otros dudosos sobre la temática. Se les atendió a sus inquietudes y al final casi todos lograron terminar la actividad en el tiempo estipulado.	Comprender textos con fracciones para resolver problemas con división a través de la metodología COPISI.
Actividades de cierre, etapa de análisis (pensamiento numérico)	Al finalizar la clase de manera más dinámica la docente entregó a cada grupo formado un pedazo de cartón y les explicó que lo dividieran por la mitad y luego cada una de esas mitades debían seguir las dividiendo en partes iguales teniendo como resultado poder representarlas a través de fracciones, las cuales fueron socializadas por un representante de cada grupo en el tablero y así mismo resolvieron la división entre las dos fracciones.	Lograr el análisis y resolución de problemas con división de fracciones.
Síntesis: participación de estudiantes, trabajo en grupo	En esa parte muchos de los estudiantes quisieron participar en la actividad del tablero, por lo que no se pasó por alto darles la oportunidad a otros.	



Síntesis:  
Reflexión  
Sección  
terminada

Al terminar la clase la docente se despidió agradeciendo a Dios primeramente por llevar a cabo el objetivo propuesto y también preguntando a sus estudiantes como se sintieron con la temática y con el desarrollo de la clase en general. A lo que muchos respondieron de manera agradable que fue una clase chévere, diferente a las demás.

**Evidencias**  
**Material concreto**



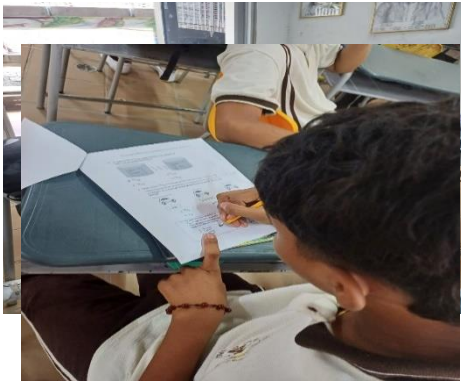


Anexo H. Diario de campo 4

Diario de campo 4		
Cuarta sesión		
<b>Tema:</b> combinación de las operaciones básicas con números fraccionarios mediante la metodología COPISI		
<b>Objetivo:</b> identificar qué operación básica se debe aplicar en los problemas con fracciones mediante la metodología COPISI		
<b>Fecha:</b> 12 junio 2024	<b>Lugar:</b> institución educativa el Carmelo (dentro del aula)	
Aspectos	Descripción	Idea principal
Actividades de inicio etapa de interpretación (pensamiento numérico)	Se dio inicio a la clase saludando a los estudiantes y como de costumbre se les pidió hacer la oración al creador. Seguidamente la docente les explicó el objetivo de la clase, y dándole instrucciones de la dinámica: " endulzando tus momentos" formando grupo de tres integrantes les entregó un pedazo de bocadillo cuadrado el cual lo partieron en 5 partes iguales y luego degustaron la cantidad de porciones que se les antojó a cada grupo, y de esta manera de acuerdo a la cantidad que consumieron expusieron lo observado representando gráficamente y numéricamente cada resultado que se obtuvo en la dinámica.	Representar gráficamente y numéricamente a través del análisis de la dinámica cada resultado obtenido.
Actividades de desarrollo etapa de comprensión (pensamiento numérico)	A partir del análisis que realizaron los estudiantes en los resultados de la dinámica, la docente pudo explicar el tema de una manera muy clara y factible para ellos. La actividad que se realizó se le asignó un tiempo de 50 minutos a 75 minutos formando grupos de tres integrantes, entregando a cada grupo una actividad a desarrollar. Durante esta actividad se puede decir que se lograron los objetivos propuestos ya que todos los grupos estuvieron interesados en resolver los problemas planteados dando en su mayor parte buenos resultados sobre todo cuando sustentaron oralmente lo aprendido.	Lograr los objetivos propuestos mediante la comprensión textual de problemas con las diferentes operaciones básicas.
Actividades de cierre, etapa de análisis (pensamiento numérico)	En esta parte los estudiantes se observaron muy motivados dado que la actividad de cierre consistió en realizar una serie de problemas escritos en una hoja de block con letra grande. Eran 6 hojas pegadas con cinta en el tablero. Casi todos los estudiantes querían participar en el tablero ya que la actividad planteaba operaciones de suma, resta y multiplicación con fracciones. Cada operación en una hoja. Muchos lograron desarrollar la actividad sin ayuda de la profesora mientras algunos se mostraron dudosos	Resolución de problemas a través del análisis de operaciones simbólicas.

	para resolver los problemas y fueron orientados por la docente aclarándoles sus dudas. De esta manera la docente pudo analizar también el interés de los estudiantes para aprender puesto que no querían dejar los ejercicios inconclusos.
Síntesis: participación de estudiantes, trabajo en grupo	El trabajo grupal de los estudiantes fue muy efectivo dado que se analizó mucha empatía por parte de ellos y también con la docente quien estaba atenta siempre a sus inquietudes. Aunque en algunas ocasiones se observaron distraídos en una pequeña parte del grupo en general (grado 8°) siempre se dejaban orientar con mucho atención y entusiasmo. Cada líder del grupo respetó las normas de la clase y pudo explicar sobre el tema.
Síntesis: Reflexión Sección terminada	La docente dio gracias a Dios por permitir terminar la clase con mucho éxito ya que se pudo desarrollar todos los aspectos propuestos y sobre todo después de haber escuchado las reflexiones de sus estudiantes. Los estudiantes manifestaron que la clase fue muy divertida puesto que no tuvieron que escribir todo el tiempo, y también porque comieron dulces y sobre todo porque no tuvieron mucha dificultad para realizar los problemas matemáticos. La docente dio gracias a Dios por permitir terminar la clase con mucho éxito ya que se pudo desarrollar todos los aspectos propuestos y sobre todo después de haber escuchado las reflexiones de sus estudiantes. Los estudiantes manifestaron que la clase fue muy divertida puesto que no tuvieron que escribir todo el tiempo, y también porque comieron dulces y sobre todo porque no tuvieron mucha dificultad para realizar los problemas matemáticos.

**Evidencias**  
**Material concreto**





**Anexo I. Prueba de evaluación de la implementación de la metodología COPISI**

NOMBRES Y APELLIDOS: \_\_\_\_\_

GRADO: \_\_\_\_\_ FECHA \_\_\_\_\_ NIÑO \_\_\_\_\_ NIÑA \_\_\_\_\_ EDAD \_\_\_\_\_

**Estándar:** Interpreto las fracciones en diferentes modos de pensamiento:

Analítico-Aritmético (AA-CO)

Sintético-Geométrico (SG-PI)

Analítico-Estructural (AE-SI)

**Aprendizaje:** Resuelve y formula problemas que requieren el uso de la fracción utilizando los modos de pensamiento según la metodología COPISI

La siguiente prueba tiene como propósito analizar el nivel de apropiación del concepto de fracción desde la aplicación del método COISI desarrollando los modos de pensamiento o subcategoría del estudio, no es una evaluación formal es parte de un proceso investigativos para conocer los conocimientos previos en la resolución de problemas con operaciones básicas de facciones (no se emitirá una calificación), contesta con tus conocimientos, se muy sincero en tus respuestas.

**Categoría: operaciones básicas con fracciones a través de la metodología COPISI**

**Subcategoría 1: Modo de pensamiento Analítico-Aritmético (AA-CO)**

Problema 1. Material Concreto

Con la siguiente información responder las preguntas

Sara y Carmen compraron una pizza, que venía dividida en 6 partes iguales. Sara comió dos porciones de la pizza y Carmen comió 3 porciones.



→ Porción de pizza

1. ¿Qué fracción comieron entre los dos?

A.  $\frac{3}{2}$

B.  $\frac{5}{3}$

C.  $\frac{5}{6}$

D.  $\frac{6}{6}$

2. ¿Qué fracción de la pizza quedó?

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{6}$

D.  $\frac{1}{2}$

**Subcategoría 2: Modo de pensamiento Sintético-Geométrico (SG-PI)**

Problema 2. Material Pictórico

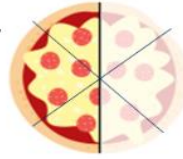
3. Tres amigos comieron las siguientes porciones de pizza (La parte más clara representa la parte de pizza que se comió cada uno)

José

$\frac{1}{2}$



$\frac{3}{6}$



$\frac{4}{8}$



Pedro

¿Quién comió más pizza?


- A. Juan
- B. José
- C. Pedro
- D. Los tres comieron la misma cantidad


**Subcategoría 3:** Modo de pensamiento Analítico-Estructural (AE-SI)


Problema 4: Material Simbólico

4. Selecciona la expresión que representa una fracción:

A. 3 manzanas 

B. La tercera parte de una naranja 

C. 5 bananos 

D. Una docena de uvas 

Problema 4: Material Simbólico.

5. ¿Cuál de las siguientes imágenes representa la fracción  $\frac{4}{6}$ ?

A



B



C



D



Respuestas correctas	
Problema 1	B
Problema 2	D
Problema 3	C
Problema 4	A
Problema 5	D

**Anexo J.** Encuesta para el grado de satisfacción de la metodología COPISI

1. ¿Cómo evalúas la estrategia pedagógica implementada en el aula basada en la metodología COPISI para el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones

- a. Regular \_\_\_\_
- d. Bueno \_\_\_\_
- e. Excelente \_\_\_\_

2. ¿Cómo evalúas tu aprendizaje de operaciones básicas con fracciones?

- a. Regular \_\_\_\_
- d. Bueno \_\_\_\_
- e. Excelente \_\_\_\_

3. ¿Cómo te sentiste aprendiendo las operaciones básicas con fracciones con la metodología COPISI?

- a. Regular \_\_\_\_
- d. Bueno \_\_\_\_
- e. Excelente \_\_\_\_